

APLIKIM I NJË METODOLOGJIE PËR PËRLLOGARITJEN E REZERVAVE TEKNIKE TË DËMEVE TË SHOQËRISË SË SIGURIMIT TË JO – JETËS (RASTI I SHQIPËRISË)

DHAMO (GJIKA) E.¹, ZAÇAJ O.² MUÇA M.³

^{1,3}Universiteti i Tiranës, Fakulteti i Shkencave të Natyrës, Departamenti i Matematikës
së Aplikuar

²Universiteti Politeknik i Tiranës, Fakulteti i Inxhinierisë Matematike e Inxhinierisë
Fizike, Departamenti i Matematikës

e-mail: eralda.dhamo@fshn.edu.al

Përmbledhje

Një aspekt shumë i rëndësishëm i dëmeve të një shoqërie sigurimi, është dhe mbajtja e përshtatshme e rezervave teknike të dëmeve. Kjo rezervë përfshin dëmet e ndodhura e të raportuara (RBNS), por ende të papaguara, si dhe dëmet e ndodhura por ende të paraportuara (IBNR). Metodot standarde për llogaritjen e kësaj lloji rezerve janë të ashtuquajturat metoda të shkallëzimit zinxhir. Ndërkohë për të marrë një vlerësim më të mirë të këtyre rezervave mund të përdoren metoda bootstrapping të cilat edhe pse nuk janë përdorur deri më tani nga aktuarët në shoqëritë shqiptare të sigurimit, japin një alternativë për gjykimin përfundimtar rreth nivelit të rezervave teknike të dëmeve që duhet të ketë shoqëria e sigurimit për përmbushjen e detyrimeve që lindin nga kontratat e sigurimit.

Abstract

A very important aspect of the claims of an insurance company is properly calculation of the claim technical reserves. These reserves consist on reported but not settled claim reserve and incurred but not reported claim reserve. The standard methods for the calculation of this technical reserve are the standard chain ladder methods. Meanwhile, to get a better assessment of these reserves we can use bootstrapping techniques which even though are not used so far from actuaries in Albanian insurance companies, provide an alternative to the final judgment about the level of technical reserves should have the insurer to meet the obligations arising from insurance contracts.

Fjalëkyçe: rezerva teknike të dëmeve, metoda të shkallëzimit zinxhir, bootstrapping.

1. Hyrje

Rezervat teknike të dëmeve përbëjnë një pjesë shumë të rëndësishme në analizën e mbarëvajtjes së një shoqërie sigurimi. Në përlllogaritjen e këtyre rezervave teknike duhen konsideruar dy çështje: nga njëra anë këto rezerva duhet të jenë të mjaftueshme për të mbuluar përgjegjësitë nga të cilat kanë lindur, dhe nga ana tjetër këto rezerva duhet të jenë jo më të larta sesa vlera e tyre reale pasi kjo nuk

do lejonte shoqërinë e sigurimit të shpërndante fondet e saj në mënyrë më të përshtatshme.

Metoda më e përdorur në llogaritjen e rezervave teknike të dëmeve është metoda e shkallëzimit zinxhir. Kjo metodë përdoret më së shumti në përlllogaritjen e rezervave të dëmeve për portofolet e sigurimit me zhvillim të gjatë siç është rasti i portofolit MTPL. Ndërkohë që për portofolet e tjera përdoren metoda më të thjeshta bazuar në raporte të dëmeve apo të primeve përkatëse duke qënë se zhvillimi i dëmeve zgjat në periudha të shkurtra e rrjedhimisht është e më e lehtë për të analizuar rezultatet.

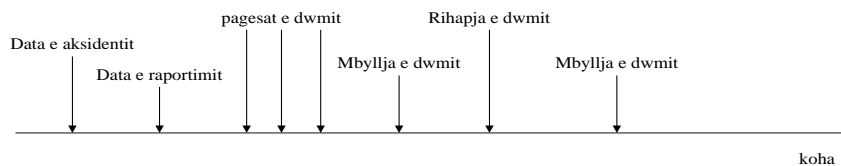
Megjithëse metoda e shkallëzimit zinxhir përdoret më së shumti në tregun shqiptar të sigurimeve për përlllogaritjen e rezervave teknike të dëmeve të portofolit MTPL, në këtë punim do përpiqemi të prezantojmë elemente të tjerë statistikorë që mund ti shtohen kësaj metode siç janë llogaritja e gabimit standart nëpërmjet metodës së Mack, metodën bootstrapping, si edhe llogaritjen e gabimit standart përkatës për të analizuar se cila prej metodave (shkallëzimi zinxhir i thjeshtë apo ai me elementë bootstrapping) është më i mirë. Në këtë mënyrë i jepet mundësia aktuarëve në përzgjedhjen e modelit më të përshtatshëm në përlllogaritjen e këtyre rezervave.

Ky punim është i organizuar si më poshtë. Sesioni 2 paraqet një përshkrim të metodës së shkallëzimit zinxhir dhe llogaritja e gabimit standart nëpërmjet modelit të Mack si edhe kryhet llogaritja e rezervës teknike të dëmeve dhe të gabimit standart të llogaritjes për dëmet e portofolit MTPL të një shoqërie shqiptare sigurimi nëpërmjet këtyre dy metodave. Më pas në sesionin 3, shpjegohet metoda bootstrapping si edhe kryhet llogaritja e rezervës teknike të dëmeve dhe të gabimit standart të llogaritjes për dëmet e përlllogaritura edhe në sesionin 2 duke përdorur tashmë metodën bootstrapping. Në fund të këtij punimi jepen disa konkluzione dhe rekomandime.

2. Metodatat e shkallëzimit zinxhir

Metoda e shkallëzimit zinxhir është ndër metodatat më të njohura në përlllogaritjen e rezervës teknike të dëmeve. Vlerësimi i rezervës së dëmeve nëpërmjet kësaj metode kryhet si më poshtë.

Çdo dëm ndjek një rrugëtim sipas skemës më poshtë:



Rezerva teknike e dëmit në momentin t është një parashikim i pazhvendosur i

rezervës së dëmeve në kohën I bazuar në informacionin e disponuar në kohën I . Teknika e shkallëzimit zinxhir përshkruan se si ta përditësojmë këtë parashikim në kohën $I+1$

Shënojmë me $i=0,1,\dots,I$ vitet e aksidentit (vitin e ndodhjes së dëmit) dhe me $j=0,1,\dots,J$ vitin e zhvillimit (viti i raportimit të dëmit). i shënojmë me $X_{i,j}$ vlerat e dëmeve të ndodhura në vitin i dhe të raportuara në vitin j . Rrjedhimisht vlera e akumuluar e dëmit nga viti i aksidentit i deri në vitin e zhvillimit j të cilën e shënojmë me $C_{i,j}$ do të jetë:

$$C_{i,j} = \sum_{k=0}^j X_{i,k} \quad (2.1)$$

Trekëndëshi i të dhënave për llogaritjen e rezervës teknike të dëmeve në vitin I do të ketë trajtën si në Tabelën 2.1

Tabela 2.1: Trekëndëshi i llogaritjes së rezervave me metodën e shkallëzimit zinxhir

viti i aksidentit i	viti i zhvillimit j								
	0	1	2	3	4	...	j	...	J
0									
1									
2									
3									
...									
...									
$I-2$									
$I-1$									
I									

Ku pjesa mbi vijën e shkallëzuar plotësohet me vëzhgimet që disponohen nga shoqëria e sigurimit dhe pjesa nën vijën e shkallëzuar plotësohet me vlerat e përlllogaritura përkatësisht:

$$D_i = \{C_{i,j}, i + j \leq I\} \text{ dhe } D_i^C = \{C_{i,j}, i + j > I, i \leq i\}$$

Llogaritjet me metodën e shkallëzimit zinxhir kryhen nën supozimin se vitet e aksidenteve i janë të pavarura midis tyre.

$\{C_{i,j}\}_{j \geq 0}$ mund të konsiderohet si një zinxhir markovi i tillë që:

$$E[C_{i,j}|C_{i,j-1}] = f_{j-1} C_{i,j-1} \quad \text{për çdo } i, j \quad (2.2)$$

$$D[C_{i,j}|C_{i,j-1}] = \sigma_{j-1}^2 C_{i,j-1} \quad \text{për çdo } i, j \quad (2.3)$$

dhe, vlera e dëmit C_{ij} deri në zhvillimin përfundimtar të tij kur dihet D_t do të jetë:

$$E[C_{ij}|D_t] = C_{i,t-i} \prod_{j=i-1}^{j-1} f_j$$

Vlerësuesit pikësor për $f_j, j = 0, \dots, I$ për periudhën kohore midis I dhe $I + 1$ llogariten sipas barazimit (2.4)

$$\hat{f}_j^I = \frac{\sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j}} \quad dhe \quad \hat{f}_j^{I+1} = \frac{\sum_{i=0}^{I-j} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{I-j} C_{i,j}} \quad (2.4)$$

ndërsa vlera e rezervës për kohët I dhe $I + 1$ do të llogaritet sipas barazimeve (2.5) dhe (2.6):

$$\hat{R}_i^{D_t} = \hat{C}_{i,j}^I - C_{i,t-1} = C_{i,t-1} \prod_{j=i-1}^{j-1} \hat{f}_j^I - C_{i,t-i} \quad (2.5)$$

$$\hat{R}_i^{D_{t+1}} = \hat{C}_{i,j}^{I+1} - C_{i,t-i+1} = C_{i,t-i+1} \prod_{j=i+1}^{j-1} \hat{f}_j^{I+1} - C_{i,t-i+1} \quad (2.6)$$

Për të vlerësuar efikasitetin e teknikës përdoret gabimi mesatar katror. Vihet re se gabimi mesatar katror i R_i është i njëjtë me atë të $C_{i,t}$.

$$s.e.(R_i) = s.e.(C_{i,t}) \quad (2.7)$$

Bazuar në modelin e Mack (Mack, 1994) për luhatshmërinë e vlerësimit të rezervës do të kemi:

$$(s.e.(C_{i,t}))^2 = C_{i,t}^2 \sum_{k=i+1-i}^{I-1} \frac{\alpha_k^2}{f_k^2} \left(\frac{1}{C_{i,k}} + \frac{1}{\sum_{j=1}^{I-k} C_{j,k}} \right) \quad (2.8)$$

ku

$$\alpha_k^2 = \frac{1}{I-k-1} \sum_{j=1}^{I-k} C_{j,k} \left(\frac{C_{j,k+1}}{C_{j,k}} - f_k \right)^2, \quad 1 \leq k \leq I-2 \quad (2.9)$$

dhe

$$\alpha_{I-1}^2 = \min \left\{ \frac{\alpha_{I-2}^4}{\alpha_{I-3}^2}, \alpha_{I-2}^2, \alpha_{I-3}^2 \right\} \quad (2.10)$$

Gabimi mesatar për rezervën totale do të jetë:

$$(s. e. (R))^2 = \sum_{i=2}^I \left\{ (s. e. (R_i))^2 + C_{i,I} \left(\sum_{j=i+1}^I C_{j,I} \right) \sum_{k=i+1-i}^{I-1} \frac{2 \frac{\alpha_k^2}{f_k^2}}{\sum_{n=1}^{I-k} C_{n,k}} \right\} \quad (2.11)$$

Për të llogaritur intervalin e besimit për $C_{i,I}$ po të përdorim modelin lognormal do të kemi dispersionin:

$$\sigma_i^2 = \ln \left(1 + (s. e. (R_i))^2 / R_i^2 \right) \quad (2.12)$$

1.1. Llogaritja e rezervës së dëmeve të sigurimit MTPL me metodën e shkallëzimit zinxhir

Trekëndëshi i vëzhgimeve kumulative të protofolit MTPL gjatë periudhës 2005 – 2014 për shoqërinë mbi të cilën janë kryer analizat ka formën sipas Tabelës 2.2 më poshtë:

Tabela 2.2: Trekëndëshi kumulativ i dëmeve gjatë periudhës 2005 -2014 dhe koeficientët e zhvillimit (të dhënat në mln lekë)

viti i aksidentit	viti i zhvillimit									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	95.84	109.73	112.36	112.36	112.36	112.36	112.77	112.77	112.77	112.77
2	96.96	113.63	121.35	121.35	121.35	121.35	121.35	124.85	124.85	
3	96.13	125.90	139.14	145.34	146.09	155.09	155.09	155.09		
4	127.93	203.54	222.84	236.46	252.34	255.18	255.18			
5	152.93	206.52	235.98	244.70	244.70	244.70				
6	156.59	253.32	280.71	284.61	284.61					
7	167.04	272.28	293.64	299.12						
8	136.41	184.38	243.16							
9	113.29	171.18								
10	107.45									

Viti i zhvillimit j										
j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
\hat{f}_j	1.4351	1.1224	1.0270	1.0145	1.0135	1.0006	1.0090	1.0000	1.0000	
α_j^2	4.210	1.335	0.094	0.166	0.107	0.000	0.035	0.000	0.000	

Dhe tabela 2.1 për të dhënat tona merr formën më poshtë.

Tabela 2.3: Trekëndëshi i llogaritjes së zhvillimit të dëmeve gjatë periudhës 2005 -2014 dhe vlerësimi i rezervës totale (të dhënat në mln lekë)

Viti i aksidentit	Viti i zhvillimit									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	95.84	109.73	112.36	112.36	112.36	112.36	112.77	112.77	112.77	112.77
2	96.96	113.63	121.35	121.35	121.35	121.35	121.35	124.85	124.85	124.85
3	96.13	125.90	139.14	145.34	146.09	155.09	155.09	155.09	155.09	155.09
4	127.93	203.54	222.84	236.46	252.34	255.18	255.18	257.48	257.48	257.48
5	152.93	206.52	235.98	244.70	244.70	244.70	244.85	247.05	247.05	247.05
6	156.59	253.32	280.71	284.61	284.61	288.45	288.64	291.23	291.23	291.23
7	167.04	272.28	293.64	299.12	303.47	307.56	307.76	310.53	310.53	310.53
8	136.41	184.38	243.16	249.72	253.35	256.77	256.93	259.24	259.24	259.24
9	113.29	171.18	192.14	197.32	200.19	202.89	203.02	204.84	204.84	204.84
10	107.45	154.20	173.08	177.74	180.33	182.76	182.88	184.52	184.52	184.52

Po të llogarisim gabimin për çdo vit dhe të vlerës së rezervës në tërësi me nivel besimi 80% (limiti i sipërm 90% dhe limiti i poshtëm 10% sipas modelit lognormal do të rezultojnë vlerat $t = 0.923$ e $t = -0.527$ përkatësisht të cilat japin një nivel besimi për çdo vit aksidenti në vlerën $82.12\% - 30.50\% = 51.62\%$

Tabela 2.4: Llogaritjet për intervalin e besimit e gabimin në vlerësimin e rezervës tenike të dëmeve për protofolin MTPL

I	$C_{i,I}$	R_I	$s.e(R_i)$	$s.e(R_i)/R_i$	σ^2	Intervali i besimit
2	124.85	-	0	0	0.000	(124.85 124.85)
3	155.09	-	0	-	0.000	(155.09 155.09)
4	257.48	2	4	1.67	1.332	(255.83 258.61)
5	247.05	2	4	1.59	1.259	(245.39 248.23)
6	291.23	7	8	1.16	0.849	(287.28 294.75)
7	310.53	11	11	1.00	0.690	(304.33 316.51)
8	259.24	16	11	0.72	0.413	(252.49 266.84)
9	204.84	34	20	0.59	0.296	(192.97 219.16)
10	184.52	77	33	0.42	0.164	(164.83 210.62)
		149	45	0.30	0.089	

3. Metoda bootstrap

Metoda jo-parametrike bootstrap (Efron,1993) është zbatuar mbi një zgjedhje të rastit me madhësi \mathbf{n} , $\mathbf{x}=(x_1, \dots, x_n)$ nga familja e shpërndarjeve, e cila ka trajtën F_θ ku θ është një parametër i panjohur i cili do të vlerësohet. Në këtë rast zgjedhja është bazë për një vlerësim pikësor dhe do të ishte e mundur të ndërtohet për të edhe një interval besimi.

E gjithë idea është të marrësh një numër të madh (p.sh. le të jetë B) zgjedhjesh me zëvendësim nga \mathbf{x} (bashkësia fillestare) dhe të llogaritet $\hat{\theta}_j$, $j=1, 2, \dots, B$ për

çdo zgjedhje më vete. Me termin “zgjedhje me zëvendësim“ ne nënkuptojmë procedurën ku një gjenerues numrash të rastit zgjedh në mënyrë të pavarur numrat e plotë j_1, j_2, \dots, j_n , secili nga këto merr çdo vlerë ndërmjet 1 dhe n me probabilitet $1/n$. Numrat e plotë të zgjedhur luajnë rolin e indeksit, të cilët tregojnë se cilët nga anëtarët (elementët) e zgjedhjes fillestare $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ do të zgjidhen me qëllim ndërtimin e një zgjedhjeje tjetër të re të rastit. Zgjedhjet e reja të ndërtuara mbi zgjedhjen fillestare përbëhen nga elementë të cilët mund të paraqiten më shumë se një herë dhe të tjera që nuk paraqiten. Pra, për zgjedhjen e parë peshat janë të barabarta me një, ndërsa për zgjedhjet e tjera deri në B peshat mund të ndryshojnë (rinovim i peshave) përderisa zgjedhjet e reja përbëhen nga elementë të cilët mund të paraqiten zero, një ose më shumë herë.

Metoda bootstrap përdoret nën supozimin që modeli mbi të cilin aplikohet ky algoritëm, paraqet një version të përshtatur në mënyrë perfekte ndaj të dhënave. Kjo arrihet nëpërmjet llogaritjes së mbetjeve të modelit. Më tej, mbetjet simulohen dhe i bashkohen modelit të përshtatur për të gjeneruar versionin e ri të të dhënave aktuale tashmë të simuluar. Nëse ky proces simulohet 10,000 herë atëherë do kemi 10,000 vlera për dëmet e papaguara, duke përfutur në këtë mënyrë një vlerësim empirik për shpërndarjen e dëmeve të papaguara (rezerva teknike e dëmeve)

Hapat e algoritmit bootstrap jepen si më poshtë.

Hapi i parë: përdoret metoda e shkallëzimit zinxhir për llogaritjen e koeficientëve f_k të cilat lidhur me dëmet që kemi marrë në shqyrtim, janë të reflektuara në Tabelën 2.2 e Tabelën 2.3 më sipër.

Hapi i dytë: ndërtohet trekëndëshi i përshtatur duke filluar nga viti i fundit i trekëndëshit dhe kryhet de-zhvillimi i tij duke përdorur koeficientët f_k e cila për dëmet e marra në shqyrtim jepet sipas Tabelës 3.1 më poshtë:

Hapi 3: duke punuar nga format jokumulative të secilit prej trekëndëshave, zbriten vlerat e përshtatura nga vlerat aktuale për çdo qelizë, më tej pjestohen këto rezultate me rrënjën katrore të vlerës absolute të vlerave të papërshtatur. Kjo vlerë është quajtur mbetje e pashkallëzuara e Pearson-it:

$$r_{UP} = \frac{C - \hat{m}}{\sqrt{|\hat{m}|}} \quad (2.13)$$

Ku me C shënojmë të dhënat jokumulative të dëmeve dhe me \hat{m} vlerat e përshtatura të tyre. Bazuar në formulat (2.13) mbetjet e pashkallëzuara të Pearson mbi të dhënat e dëmeve të portofolit MTPL që po shqyrtojmë do të jenë ato të Tabelës 3.2 më poshtë:

Tabela 3.1: Zhvillimi i dëmeve të portofolit MTPL sipas hapit 2 të algoritmit bootstrap

viti aksidentit	i	viti i zhvillimit									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		65.66	28.57	11.54	2.85	1.58	1.49	0.07	1.01	0.00	0.00
2		72.70	31.63	12.77	3.16	1.75	1.65	0.08	1.11	0.00	
3		90.31	39.29	15.87	3.92	2.17	2.05	0.10	1.38		
4		149.93	65.24	26.34	6.51	3.60	3.40	0.16			
5		143.86	62.59	25.28	6.25	3.46	3.26				
6		169.58	73.79	29.80	7.37	4.08					
7		180.82	78.67	31.77	7.86						
8		150.96	65.68	26.52							
9		119.28	51.90								
10		107.45									

Tabela 3.2: Mbetjet e pashkallëzuara të Pearson për dëmet e portofolit MTPL

viti aksidentit	i	viti i zhvillimit									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		3.72	(2.75)	(2.62)	(1.69)	(1.26)	(1.22)	1.27	(1.00)	-	-
2		2.84	(2.66)	(1.41)	(1.78)	(1.32)	(1.28)	(0.28)	2.26	-	
3		0.61	(1.52)	(0.66)	1.15	(0.97)	4.86	(0.31)	(1.18)		
4		(1.80)	1.29	(1.37)	2.78	6.47	(0.30)	(0.40)			
5		0.76	(1.14)	0.83	0.99	(1.86)	(1.81)				
6		(1.00)	2.67	(0.44)	(1.28)	(2.02)					
7		(1.02)	3.00	(1.85)	(0.85)						
8		(1.18)	(2.19)	6.26							
9		(0.55)	0.83								
10		-									

Hapi i 4: kryhet standardizimi i mbetjeve. Shumëzohet secili nga parametrat e pashkallëzuar të Pearson me faktorët e matricës kësulë të llogaritura nëpërmjet formulës (2.14) më poshtë:

$$\hat{f}_{i,j} = \frac{1}{\sqrt{1 - h_{i,j}}} \quad (2.14)$$

Ku $h_{i,j}$ janë elementët e matricës $H = X(X^T W X)^{-1} X^T W$, ku X është matrica e modelit të përgjithshëm linear dhe W është matrica e ngarkesave nga modeli i përgjithshëm linear. Tabela 3.3 dhe Tabela 3.4 më poshtë japin përkatësisht faktorët e matricës kësulë dhe mbetjet e standardizuara të Pearson për të dhënat e dëmeve të portofolit MTPL

Hapi i pestë: Axhustohen (rregullohen) mbetjet për gradët e lirisë. Çdo mbetje e standardizuar shumëzohet me gradët e lirisë:

$$dfa = \sqrt{\frac{N}{(N - p)}} \quad (2.15)$$

Hapi 6: Krijojmë në mënyrë rastësore një trekëndësh të ri të dhënash me metodën bootstrap me rivendosje midis mbetjeve të Pearson të llogaritura në hapin 5. Më pas krijojmë trekëndëshin e të dhënave ku për çdo qelizë kemi:

$$C' = r_{sp} \sqrt{|\hat{m}|} + \hat{m} \quad (2.16)$$

Rrjedhimisht për të dhëna MTPL do rezultojnë vlerat sipas Tabelës 3.6 dhe Tabelës 3.7 më poshtë

Tabela 3.6: Mbetjet e zgjedhura në mënyrë rastësore

viti aksidentit	i	viti i zhvillimit									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		(2.04)	(0.97)	(3.99)	(1.44)	(3.99)	(3.81)	(1.53)	(2.09)	(1.80)	(1.81)
2		(0.59)	(2.23)	-	(0.43)	1.55	(0.43)	(2.56)	(0.91)	(1.67)	
3		(0.45)	(1.77)	10.30	(3.81)	3.77	(2.94)	(2.09)	(0.59)		
4		(0.91)	(1.80)	(1.67)	4.87	(2.40)	(0.41)	(2.28)			
5		(1.17)	(0.59)	(4.04)	(0.67)	(1.82)	(1.91)				
6		(0.41)	-	1.69	10.30	1.69					
7		1.25	(2.94)	(2.09)	-						
8		(2.56)	(3.81)	(1.77)							
9		1.94	3.48								
10		1.25									

Tabela 3.7: Trekëndëshi jokumulativ i përlllogarit bazuar në mbetjet e rastit

viti aksidentit	i	viti i zhvillimit									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		49	23	(2)	0	(3)	(3)	(0)	(1)	0	0
2		68	19	13	2	4	1	(1)	0	0	
3		86	28	57	(4)	8	(2)	(1)	1		
4		139	51	18	19	(1)	3	(0)			
5		130	58	5	5	0	(0)				
6		164	74	39	35	7					
7		198	53	20	8						
8		119	35	17							
9		140	77								
10		120									

Hapi i 7: Krijohet sërish trekëndëshi kumulativ i dëmeve si dhe llogariten faktorët e zhvillimit. Plotësohet trekëndëshi me pagesat e ardhshme si në metodën e klasike të përshkallëzimit zinxhir. Për të dhëna e portofolit MPTL në shqyrtim do të kemi vlerësimet sipas tabelave 3.8, e 3.9 e më poshtë.

Hapi 8: Futet procesi i variancës. Llogarisim pagesat jokumulative për të ardhmen nga trekëndëshi kumulativ (për të dhënat e dëmeve MTPL në shqyrtim rezultatet jepen sipas tabelës 3.10 më poshtë). Më tej zëvendësojmë çdonjërin prej pagesave jokumulative të së ardhmes me një vlerë të përzgjedhur në mënyrë të rastit nga shpërndarja gamma e cila ka prirje matematike sa vlera jokumulative e pagesës dhe dispersion sa prirja matematike shumëzuar me

parametrin e shkallëzimit, si dhe llogaritjet totali i pagesave për të ardhmen. (rezultatet sipas Tabelës 3.11 më poshtë). **Hapi 9:** Ripërsërisim hapat 1 – 8 numrin e specifikuar të herëve (rezultatet jepen sipas tabelës 3.12) më poshtë.

Tabela 3.8: Trekëndëshi kumulativ i përlogariturbazuar në mbetjet e rastit

viti aksidentit	i	viti i zhvillimit									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		47	66	72	74	85	84	83	89	89	89
2		54	77	87	86	87	85	85	84	84	84
3		79	107	116	116	118	116	117	116	116	116
4		100	151	165	167	169	169	169	172	172	172
5		123	182	234	244	243	243	243	247	247	247
6		219	277	292	296	297	296	296	301	301	301
7		181	227	249	246	249	248	248	252	252	252
8		130	183	262	265	269	268	268	272	272	272
9		113	155	180	182	185	184	184	187	187	187
10		119	161	188	190	193	192	192	195	195	195

Tabela 3.9: Faktorët e zhvillimit

f_i	viti i zhvillimit									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1.361	1.163	1.012	1.015	0.995	1.000	1.016	1.000	1.000	1.000

Tabela 3.10: Pagesat jokumulative të dëmeve MTPL

viti aksidentit	i	viti i zhvillimit									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		47	18	7	2	10	(1)	(1)	6	-	-
2		54	23	10	(1)	1	(2)	0	(1)	-	-
3		79	28	9	0	2	(1)	0	(1)	-	-
4		100	51	13	2	2	0	1	3	-	-
5		123	59	51	10	(1)	0	0	4	-	-
6		219	58	15	4	1	(1)	0	5	-	-
7		181	46	22	(3)	4	(1)	0	4	-	-
8		130	52	80	3	4	(1)	0	4	-	-
9		113	42	25	2	3	(1)	0	3	-	-
10		119	43	26	2	3	(1)	0	3	-	-

Tabela 3.11: Pagesat jokumulative të dëmeve MTPL të ardhshme te gjeneruara në mënyrë rastësore

viti aksidentit	i	viti i zhvillimit										Shuma
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3		-	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-
4		-	-	-	-	-	-	(1.38)	0	0	-	(1.38)
5		-	-	-	-	-	0.00	(0.00)	0	0	-	(0.00)
6		-	-	-	-	7.08	0.01	(0.00)	0	0	-	7.10
7		-	-	-	0.00	0.24	0.33	(8.50)	0	0	-	(7.93)
8		-	-	32.86	0.00	0.27	0.00	(15.82)	0	0	-	17.31
9		-	17.28	0.72	0.00	36.38	0.23	(0.00)	0	0	-	54.61
10		84.78	18.54	4.53	0.00	12.14	0.02	(0.00)	0	0	-	120.00

Tabela 3.12: Përmbledhje e rezultateve për vlerësimin e rezervës teknike të dëmeve

Viti i aksidentit	Totali i raportuar	Pritja matematike për IBNR	koeficienti				Percentili 50%	Percentili 75%	Percentili 95.0%	Percentili 99.0%
			Gabimi i standart	Variacion	Minimum	Makimum				
1	112.77	-	-	-	-	-	-	-	-	
2	124.85	-	-	-	-	-	-	-	-	
3	155.09	-	-	-	-	-	-	-	-	
4	255.18	2.34	7.06	301.8%	(16)	36	0	2	15	26
5	244.70	2.18	6.94	318.5%	(25)	35	0	3	16	24
6	284.61	5.60	9.87	176.2%	(20)	58	3	9	22	35
7	299.12	10.66	12.25	114.9%	(34)	48	7	19	31	44
8	243.16	13.41	16.10	120.0%	(35)	74	9	18	41	74
9	171.18	38.95	23.76	61.0%	0	119	35	49	85	103
10	107.45	71.31	32.98	46.3%	21	187	65	95	129	150
Totali	1,998.11	151.87	68.72	45.2%	34	384	142	187	288	328
Normal Dist.		151.87	68.72	45.2%			152	198	265	312
logNormal Dist.		153.16	77.19	50.4%			137	189	299	414
Gamma Dist.		151.87	68.72	45.2%			142	191	280	355
TvaR							205	247	325	384
Normal TVaR							207	239	294	335
logNormal TVaR							209	258	371	492
Gamma TVaR							205	246	326	398
logNormal:	Mu =	4.92	Sigma=	0.48		Gamma:	Alpha=	4.88	Beta=	31.09

Nga tabela 3.12, ne vërejmë se modelet gamma e normale paraqesin një gabim më të vogël në krahasim me modelin lognormal, ndërkohë që në modelin standart të shkallëzimit zinxhir ky gabim rezulton edhe më i ulët (0.089 krahasuar me 0.1859). ndaj në rastin e dëmeve të sigurimit MTPL të shoqërisë së sigurimit të konsideruar në këtë punim megjithëse metoda bootstrapping është një alternativë shumë e mirë në llogaritjen e rezervave teknike të dëmeve, rezulton se metoda e thjeshtë e shkallëzimit zinxhir jep rezultat më të saktë të këtyre rezervave teknike.

4. Përfundime

Teknika e përgjithshme e shkallëzimit zinxhir jep një vlerësim paraprak për rezervat teknike të dëmeve të një shoqërie sigurimi. Megjithatë aktarët kufizohen vetëm me llogaritjen e kësaj rezerve pa llogaritur elemente të tjerë si gabimi standart. Pas vlerësimit të gabimit standart me metoda si luhatshmëria e Mack për vlerësimin e rezervave teknike të dëmeve, ne vërejmë se duhet të testojmë teknika të tjera për të marrë një vlerësim më të mirë për këto rezerva.

Algoritmi Bootstrap është një mjet mjaft i dobishëm në shumë fusha, dhe mund të përdoret më së miri në vlerësimin e luhatshmërisë së parashikimit të rezervave teknike të dëmeve.

Në këtë punim u përdorën këto dy teknika në vlerësimin e rezervave teknike të dëmeve të portofolit MTPL të një shoqërie shqiptare sigurimi duke i dhënë një mundësi të re për zgjedhje këtyre rezervave.

Sikurse vihet re nga rezultatet përfshirja e elementëve statistikore dhe të teknikave bootstrap japin një vlerësim alternativ të rezervave të shoqërisë së sigurimit. Ndaj ne sugjerojmë përdorimin e këtyre metodave për t'u përdorur me qëllim përfundimtar sa më të qartë të situatës së përgjegjësisë të shoqërisë së sigurimit.

Literatura

Carrato A., Gesmann M., Murphy D., Wurthrich M., Zhang W. (2015): Claim reserving with R: Chainladder – 0.2.0 Package Vignete

Efron, B. and Tibshirani R. J. (1993): An introduction to the bootstrap. New York: Chapman and Hall.

England, P. D. and Verrall, R. J. (2002): a-Stochastic Claims Reserving in General Insurance (with discussion). *British Actuarial Journal* **8**; 443-544

England, P. D. (2002): b-Addendum to “Analytic and bootstrap estimates of prediction errors in claims reserving”. *Insurance: Mathematics and Economics* **31**, 461-466.

Haxhi K., Zecaj O. (2012): Aplikime të modeleve të rrezikut në rezervën e dëmeve [Application of risk models in claims reserving], *Takimii VII vjetor Shkencor Nderkombetar, IASH 2012 Shkup, 29-31 Gusht 2012* (Poster ISBN: 978-608-65463-0-4; 441)

Meyers G. (2012): The leveled chain ladder model for stochastic loss reserving

Mack T. (1994): Measuring the variability of chain ladder reserve estimates

Stochastic modeling theory and reality from an actuarial perspective International Actuarial Association (2010)