

PROJEKSIONI I INDEKSIT TË ÇMIMEVE TË KONSUMIT NËPËRMJET METODAVE TË SERIVE KOHORE (RASTI I SHQIPËRISË)

ERALDA DHAMO (GJIKA).¹, ANXHELA GJEÇKA.², ORIANA ZAÇAJ.³

¹Universiteti i Tiranës, Fakulteti i Shkencave të Natyrës, Departamenti i Matematikës së Aplikuar

²Universiteti "Aleksandër Moisiu", Durrës, Fakulteti i Teknologjisë së Informacionit Departamenti i Shkencave Kompjuterike

³Universiteti Politeknik i Tiranës, FIMIF, Departamenti i Inxhinierisë Matematike

e-mail: eralda.dhamo@fshn.edu.al

Përmbledhje

Indeksi i Çmimeve të Konsumit është një ndër treguesit kryesor të mirëqënies së një vendi. Performanca e tij dhe treguesve të tjerë janë të rëndësishëm për politikën ekonomike dhe sociale. Në këtë punim janë përdorur metodat e serive kohore si, SARIMA (Seasonal Autoregressive Moving Average) propozuar nga Box dhe Jenkins (1970), si dhe metoda ETS (Error Trend Seasonality) propozuar vitet e fundit nga Hyndman *et al.* (2001) për të ndërtuar projeksionin e Indeksit të Çmimit të Konsumit në Shqipëri. Të dhënat janë marrë nga Instituti i Statistikave në Shqipëri për periudhën Janar 1992-Tetor 2016. Modelet janë përzgjedhur bazuar mbi një analizë paraprake të detajuar të serisë kohore dhe performancës në parashikim. Teste grafike, numerike si dhe simulimet e modeleve të propozuara janë përdorur për të përzgjedhur modelin "më të mirë" për projeksionin e këtij treguesi. Analiza paraprake e serisë kohore ka një vëmendje të veçantë në punim pasi ajo është e rëndësishme për vendimarrjen mbi modelin që i përshtatet më mirë serisë kohore. Projektioni i këtij treguesi është i rëndësishëm për të kuptuar zhvillimet ekonomike dhe sociale të vendit. Ky punim i vjen në ndihmë kërkuesve në fushën e modelimit të serive kohore, politikave qeveritare në vitet e ardhshme si dhe investitorëve në vend.

Fjalëkyçe: Seri Kohore, indeksi i çmimeve të konsumit, projeksion, SARIMA, ETS.

Abstract

Consumer Price Index is one of the main indicators of a country's welfare. His performance and other indicators are important for economic and social policies. In this paper we have used methods of time series to build the projection of the Consumer Price Index in Albania. These methods are: SARIMA (Seasonal Autoregressive Moving Average) proposed by Box and Jenkins (1970), as well as ETS methods (Error Trend Seasonality) proposed in recent years by Hyndman *et al.* (2002). The data were obtained from the Institute of Statistics in Albania for the period January 1992 to October 2016. Models were selected based on a detailed preliminary analysis of time series and forecasting performance. Graphics tests, numerical simulations and models proposed are used to select the "best model" for the projection of this indicator. Preliminary analysis of time series has a special attention to the paper because it is important for decision-making on the model that best fits the time series.

The projection of this indicator is important to understand the economic and social development of the country. This work helps researchers in the field of time series modeling, government policy in the coming years as well as investors in the country.

Key Words: Time series, consumer Price Index, projection, SARIMA, ETS.

1. Hyrje

Modelimi i të dhënave financiare është i vështirë pasi shumë faktorë të jashtëm ndikojnë në treguesit financiar të një vendi. Modelet matematikore të ndërhuara për këta tregues duhet të jenë të kujdesshme me qëllim rritjen e besueshmërisë në parashikime, në mënyrë të veçantë kur treguesit financiar që modelohen janë të rëndësishëm për vendimarrje.

Në këtë punim ne kemi përdorur disa prej metodave të serive kohore për të ndërtuar modele parashikimi për Indeksin e Çmimeve të Konsumit (referuar në punim, IÇK). Indeksi i çmimeve të konsumit është një tregues financiar i rëndësishëm për të matur mirqënien e një vendi, dhe jo vetëm.

Sipas të dhënave nga INSTAT, Indeksi i Çmimeve të Konsumit (IÇK) për Shqipërinë duke filluar nga muaji Janar 2016 llogaritet me shportën e re të artikujve, peshat e të cilave janë llogaritur bazuar në shpenzimet e Anketës së Buxhetit të Familjes, realizuar nga INSTAT gjatë vitit 2014. Muaji Dhjetor 2015 shërben si periudhë bazë për llogaritjen e indeksit (Dhjetor 2015 = 100). Ndryshimi i mëparshëm i shportës së artikujve është bërë në muajin Janar të vitit 2007, ku numri total i artikujve u rrit nga 262 në vitin 2002 në 271 artikuj. Në shportën e re numri total i artikujve është 333. Indeksi llogaritet dhe publikohet duke përdorur strukturën e Klasifikimit të Shpenzimeve sipas Qëllimit (ECOICOP) me 12 grupe kryesore, tërësisht të përputhshëm me klasifikimin e shpenzimeve që përdor EUROSTAT.

Për llogaritjen e Indeksit të Çmimeve të Konsumit në Shqipëri përdoret formula e Laspeyres:

$$I_{0,i}^t = \frac{\sum_i P_i^t * Q_i^0}{\sum_i P_i^0 * Q_i^0} \quad (1)$$

Peshat ($w = P*Q$) e periudhës bazë janë përdorur për llogaritjen e indeksit sipas formulës:

$$I_{0,i}^t = \sum_i w_i * \left(\frac{P_i^t}{P_i^0} \right) \quad (2)$$

Agregimi për të gjitha produktet jep IÇK e Shqipërisë që llogaritet sipas formulës:

$$I_{\zeta K_0}^t = \sum_i w_i * I_{0,i}^t \quad \text{ku} \quad \sum_i w_i = 1 \quad (3)$$

Ku, P -çmimi; I -indeksi; $I\check{C}K$ -Indeksi i Çmimeve të Konsumit; t -periudha korente; $t=0$ periudha bazë; w -peshat e produkteve të shportës; i -numri i produkteve.

Të dhënat e studiuara janë mujore dhe i përkasin periudhës Janar 1992- Tetor 2016. Seria kohore e $I\check{C}K$ -së paraqitet si në Figurën 1.

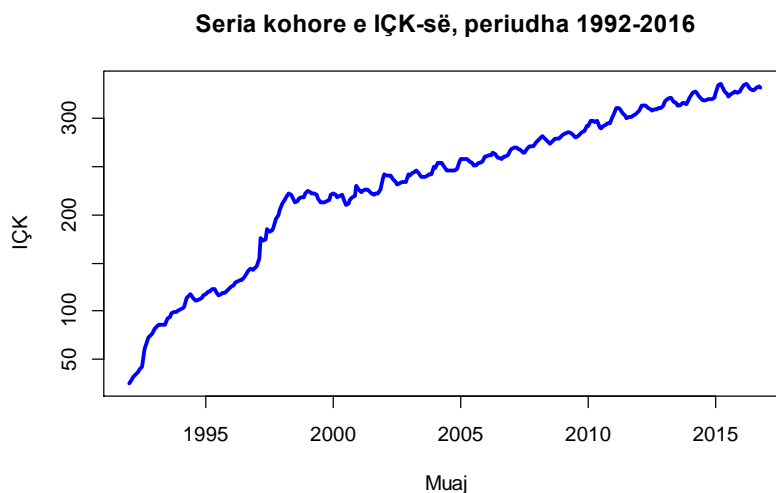


Figura 1. Seria kohore e Indeksit të Çmimit të Konsumit (1992-2016)

Sikurse vihet re edhe nga grafiku i serisë kohore ky tregues ka pësuar rritje të menjëhershme në periudhën 1992-2000 dhe më pas vihet re një trend i zbutur rritës dhe periudha periodiciteti. Periudha e ndryshimit të mënyrës së llogaritjes së $I\check{C}K$ -së (pas Dhjetorit të vitit 2016) duket të mos ketë patur ndikim të fortë në vlerat e tij në vitet pasuese.

Në këtë punim ne synojmë të tregojmë rëndësinë e përdorimit të metodave të analizës së serive kohore, por njëherëshi të zbulojmë ecurinë e tij në vitet e ardhshme pas ndryshimeve në metodën e përlllogaritjes (Bédia *et.al.* (2008), Kalluci & Gjika (Dhamo) (2015)).

2. Modelet matematike për serinë kohore të Indeksit të Çmimit të Konsumit ($I\check{C}K$)

Serisë kohore të $I\check{C}K$ -së i kemi përshtatur dy modele: një model SARIMA (*Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average*) propozuar nga Box dhe Jenkins (1970) dhe një model ETS (i referohet tre përbërëseve: gabim (Error), trend (Trend) dhe sezonalitet (Seasonality)) propozuar nga Hyndman *et.al.* (2002).

Ndonëse modelet autoregresive dhe mesatare të levizshme u prezantuan fillimisht nga (Yule 1926 & Slutsky 1937), ishte Wold (1938) i cili i kombinoi këto modele (ARMA) dhe tregoi se modelimi i serive kohore të jetës reale kërkon kalimin në katër hapa kryesorë. *Së pari*, seria origjinale

duhet të transformohet në mënyrë të tillë që të jetë stacionare pranë pritjes matematike dhe dispersionit të saj. *Së dyti*, duhet të përcaktohet rendi i përshtatshëm i p dhe q . *Së treti*, duhet të vlerësohen parametrat e modelit ARMA ($\phi_i, i = \overline{1p}$ dhe $\theta_j, j = \overline{1q}$). Dhe *së fundmi*, duhen konsideruar mënyra praktike të modelimit të serive sezonale në mënyrë që të specifikohen rendet e modelit. Realizimi i rezultateteve teorike të propozuara nga Wold në seri kohore të jetës reale nuk u bë e mundur deri në meset e viteve '60 kur kompjuterat, të aftë për përlogaritjet e kërkuara, u bënë të mundur të përdreshin në masë. *Box dhe Jenkins* (1976, puna e tyre origjinale 1970) popullarizuan modelet ARMA duke propozuar:

- (a) udhëzime për transformimin e serisë në një seri stacionare ,
- (b) përdorimin e koeficientëve të autokorrelacionit dhe autokorrelacionit të pjesshëm për të përcaktuar vlera të përshtatshme për p dhe q (dhe ekuivalenteve sezonale P dhe Q , në rastet kur seria shfaqte natyrë sezonale).
- (c) një listë programesh kompjuterik për të ndihmuar përdoruesit të identifikonin rendet e përshtatshme të parametrave p, q (edhe P, Q për rastin sezonal) si dhe vlerësimin e parametrave të modelit.
- (d) një kontroll diagnostikues për të përcaktuar nëse mbetet ishin një zhurmë e bardhë, në këtë rast rendet e modelit konsideroheshin përfundimtare (përndryshe duhet të prezantohej një model tjetër në (b) dhe të përsëriteshin hapat (c) dhe (d)).

Nëse kontrolli diagnostikues tregonte mbetje rastësore, atëherë modeli i ndërtuar përdorej për parashikim ose qëllime kontrolli, duke supozuar sigurisht qëndrueshmëri, që nënkupton se rendi i modelit dhe sjellja e tij jo-stacionare do të qëndronin të njëjta gjatë parashikimit apo fazës së kontrollit.

Përafrimi i propozuar nga Box dhe Jenkins, që mori emrin *Metodologjia Box dhe Jenkins për modelet ARIMA*, u bë mjaft popullore në vitet '70 në mjediset akademike, në vecanti kur u tregua me studime empirike se kjo metodologji mund të vepronte më mirë se modelet ekonometrike, të popullarizuara në atë kohë, në një shumëllojshmëri situatash.

Modeli multiplikativ sezonal autoregresiv me mesatare të lëvizshme të integruar, ndryshe modeli SARIMA, nga (Box & Jenkins 1970) jepet nga:

$$\Phi_p(B^s)\phi(B)\nabla_s^D\nabla^d X_t = \alpha + \Theta_q(B^s)\theta(B)w_t \quad (4)$$

ku w_t është procesi zhurmë e bardhë Gausiane. Modeli shënohet *ARIMA* (p, d, q) x (P, D, Q)_s. Përbërëset e zakonshme autoregresive dhe të mesatares së lëvizshme përfaqësohen nga polinomet $\phi(B)$ dhe $\theta(B)$ të rendeve p dhe q respektivisht, përbërëset autoregresive dhe mesatare të lëvizshme sezonale përfaqësohen nga $\Phi_p(B^s)$ dhe $\Theta_q(B^s)$ me rende P dhe Q , dhe përbërëset e

zakonshme të diferencave përfaqësohen nga $\nabla^d = (1 - B)^d$ dhe $\nabla_s^D = (1 - B^s)^D$.

Seria kohore e IÇK-së është një seri me sezonalitet mujor. Figura 1 tregon praninë e sezonalitetit ndaj për të kuptuar më mirë dhe për të studiuar sezonalitetin e saj ndërtojmë grafikët sipas muajve (MonthPlot) dhe për çdo vit (Seasonal Plot).

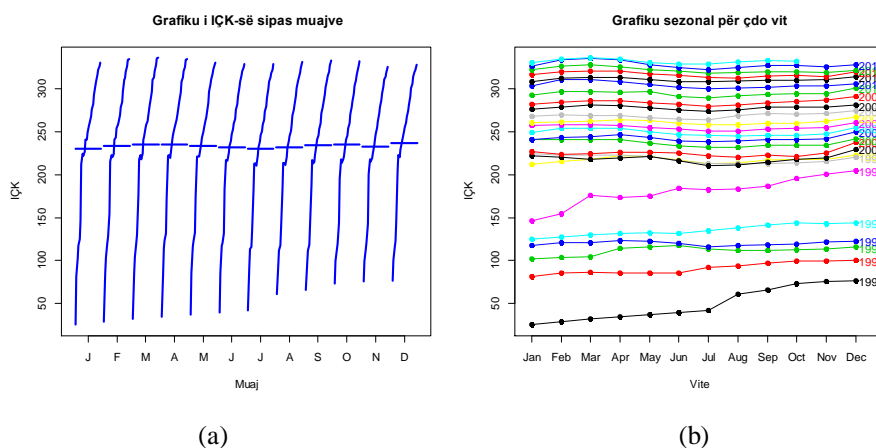


Figura 2. Grafikët sezonal të IÇK-së (2.a sipas muajve; 2.b sipas viteve)

Sikurse vihet re nga grafiku i IÇK-së sipas muajve (Figura 2.a) vlera mesatare e këtij treguesi për çdo muaj është pothuaj konstant në vlerën 240 (njësi matëse), pra nuk vihet re trend midis muajve.

Nga ana tjetër edhe grafiku i IÇK -së sipas viteve (Figura 2.b) tregon një sjellje periodike të vlerave që zhvendoset paralelisht duke u rritur në çdo vit. Prania e sezonalitetit në serinë kohore na lejon të konsiderojmë një model SARIMA ose ETS të cilët janë të përshtatshëm për seri kohore që shfaqin sezonalitete.

Grafiku i autokorrelacionit dhe Lag-grafikëve gjithashtu orienton mbi sezonalitetin e serisë kohore. Vlera të larta dhe pozitive të autokorrelacionit tregojnë prani të sezonalitetit (vini re në laget 12, 24, 36 etj. për sezonalitetet mujore). Grafiku i Autokorrelacioneve sipas lagueve tregon autokorrelacion pozitiv të fortë, pra ka varësi midis vrojttimeve (vlerave mujore).

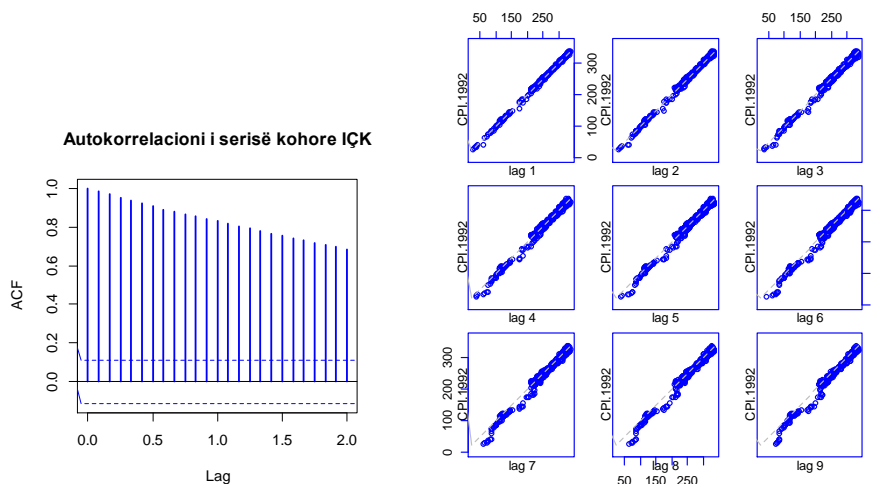


Figura 3. Grafiku i autokorrelacioneve dhe Lag-grafikët (IÇK-së)

Metodat automatike të modeleve ARIMA mbështeten në kriteret e informacionit të cilat synojnë të identifikojnë modelin e “saktë”, se sa të gjejnë një model të “mirë”, për qëllime parashikimi.

Për të ndërtuar një model “të mirë” të serisë kohore duhet të ndiqet një analizë e detajuar e serisë bazuar mbi teste grafike, numerike dhe simulime.

Pas transformimeve që kemi kryer me serinë (për ta stacionarizuar atë, si kusht themelor për të ndërtuar një model SARIMA) kemi analizuar grafikët e autokorrelacionit, autokorrelacionit të pjesshëm, QQ-plot, Lag-grafikët etj. Në material për mungesë vendi paraqiten vetëm një pjesë e testeve. Të gjithë testet grafike dhe numerike mbi serinë kohore kanë orientuar në përzgjedhjen e modeleve SARIMA dhe ETS si dy prej modeleve më të përshtatshme për qëllime parashikimi të serisë së IÇK-së për Shqipërinë.

Për të përzgjedhur midis dy modeleve SARIMA dhe ETS përveç testeve grafike të përshtatjes së serisë janë llogaritur edhe treguesit e “mirësisë” së modelit (*MSE*, *MAPE*, *MAD*, *AIC* -Akaike (1974), *BIC* -Schwarz(1978), *HQIC*-Hannan dhe Quinn (1979), *AICc*-Sugiura (1978), *LEIC*-Billah et al (2003) etj.

Modeli 1 $ARIMA(2,2,4)(2,0,0)[12]$

Coefficients:

ar1 ar2 ma1 ma2 ma3 ma4 sar1 sar2

-1.1311 -0.5252 0.4513 -0.5420 -0.5821 -0.1286 0.3752 0.1855

s.e. 0.1468 0.1596 0.1505 0.1139 0.1747 0.0857 0.0582 0.0543

sigma^2 estimated as 6.876: log likelihood=-705.35

AIC=1423.78 AICc=1424.41 BIC=1456.99

Metodat ETS janë disa në rastin e serisë tonë modeli që i përshtatet IÇK-së është Metoda ETS me trend të shuar (damped) shkurtimisht shënohet (A_d,A) dhe është propozuar nga (Gardner & Mckenzie, 1985) si një modifikim i metodës lineare Holt me qëllim lejimin e shuarjes së trendit. Ekuacionet për këtë metodë janë:

$$\text{Niveli: } l_t = \alpha X_t + (1 - \alpha)(l_{t-1} + \phi b_{t-1})$$

$$\text{Rritja: } b_t = \beta^* (l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta^*) \phi b_{t-1}$$

$$\text{Parashikimi: } \hat{X}_{t+h/t} = l_t + (\phi + \phi^2 + \dots + \phi^h) b_t$$

Konkretisht modeli automatik është:

Modeli 2 *ETS(A,A_d,A)*

Smoothing parameters:

alpha = 0.9999 beta = 0.0457 gamma = 1e-04 phi = 0.9789

Initial states: l = 24.4016 b = 4.1353

sigma: 2.611

AIC=2303.726 AICc=2305.911 BIC=2366.576

3. Simulimi në softuerin R dhe përzgjedhja e modelit "më të përshtatshëm" për qëllime parashikimi

Llogaritjet kërkojnë kohë dhe shpesh janë të dyshimta për modelin e përshtatur. Përgjithësisht nuk ka një metodë e cila të performojë më mirë në çdo seri kohore. Për seri kohore me cilësi të ndryshme ka metoda të ndryshme parashikimi që performojnë në një mënyrë më eficiente. Përdorimi i teknikave parashikuese në programin R kërkon instalimin e disa paketave statistikore, ndër më kryesoret: **expsmooth**, **Mcomp**, **fma**, **pastec**, **psych**, **Hmisc**, **nls2**, **nlme**, **dynlm**, **dynamicGraph**, **lmtest**, **psplin**.

Autorët e diskutime më të fundit të metodave parashikuese dhe cilësive të modeleve parashikuese, kanë dhënë kontributin e tyre në R duke ndërtuar algoritme të shpejtë dhe eficientë, për gjetjen e një modeli optimal për parashikime (Hyndman *et al*, 2004; 2007; 2008). Në këtë punim ne kemi shfrytëzuar softuerin R dhe disa nga paketat e mësipërme për të analizuar serinë kohore të IÇK-së dhe për të përfutur një model eficient parashikimi.

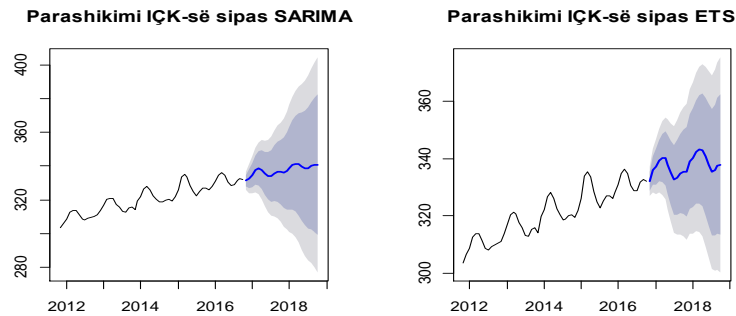


Figura 4. Parashikimet e IÇK-së sipas modelit SARIMA dhe ETS

Sikurse vihet re edhe nga grafikët (Figura 4) të cilat paraqesin vlerat e parashikuara së bashku me intervalet e besimit për sërinë kohore të IÇK-së të dy modelet ruajnë trendin dhe sezonalitetin. Bazuar në treguesit e "mirësisë" (AIC) modeli më i përshtatshëm është SARIMA me vlerë të AIC-së të llogaritur më të vogël krahasuar me modelin ETS. Vlerat e parashikuara nga secili model paraqiten grafikisht në Figurën 5. Vihet re se modeli SARIMA ka një interval besimi më të ngushtë krahasuar me modelin ETS, ky është një fakt tjetër pozitiv në përzgjedhjen e modelit SARIMA si modeli më i "përshtatshëm" për qëllime parashikimi.

(Të bëhet një vlerësim auto sampling për modelet e shqyrtuara në artikull dhe me modelet e studiuara tek artikulli " Kalluci E, Gjika (Dhamo) E,(2015): Difference Equations and Time Series Analysis in Approximating the Index Prices (For Albania), Internaciona Journal of Multidisciplinary Engineering Science and Technology, Vol,2 Issue 4, April-2015" sa I përket pjesës së parashikimit.

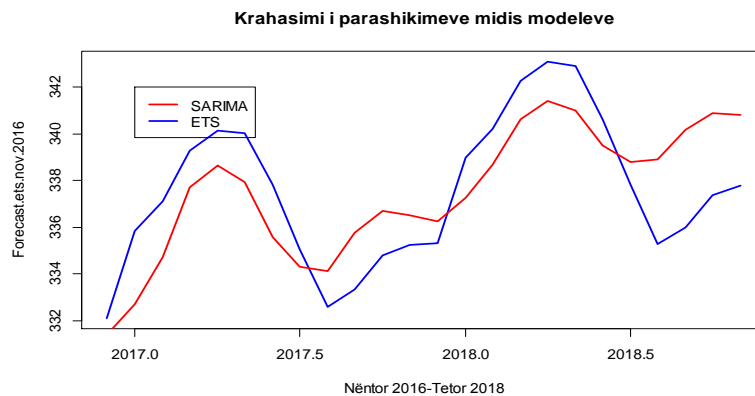


Figura 5. Krahasimi i vlerave të parashikuara të IÇK-së sipas modelit SARIMA dhe ETS

Tabela 1 tregon vlerat e treguesve të "mirësisë" për dy modelet e simuluar: SARIMA dhe ETS. Midis dy modeleve vlerat e gabimeve më të vogla tregojnë se modeli është më i "përshtatshëm" për t'u përdorur për qëllime parashikimi.

Tabela 1. Treguesit e "mirësisë" së modelit (Modelet SARIMA dhe ETS)

Gabimi Modeli	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1
SARIMA	-0.138	2.4959	1.5449	-0.098	0.7408	0.1279	-0.001
ETS	0.1432	2.6109	1.6491	0.0214	1.0782	0.1365	0.1306

Përfundime

Projeksioni i këtij treguesi (IÇK) është i rëndësishëm për të kuptuar zhvillimet ekonomike dhe sociale të vendit. Ky punim i vjen në ndihmë kërkuesve në fushën e modelimit të serive kohore, politikave të qeverisë në vitet e ardhshme si dhe investitorëve në vend.

Rruga e ndjekur për të ndërtuar një model të përshtatshëm për serinë kohore të IÇK është e rëndësishme pasi algoritmi automatik kujdeset vetëm për disa hapa ndërkohë që testet plotësuese duhen kryer manualisht bazuar mbi njohuritë dhe përvojën në modelime.

Në punimin e tyre Kalluçi E., Gjika (Dhamo) E., (2015) kanë ndërtuar tre modele parashikimi për këtë tregues. Një model bazuar mbi ekuacionet diferenciale dhe dy modele të serive kohore (SARIMA dhe ETS) bazuar mbi serinë kohore të vrojtimit mjorë në periudhën **1994-2015**. Bazuar mbi rezultatet e metodave rezultoi se modeli më i përshtatshëm për qëllime parashikimi ishte modeli i ekuacioneve diferenciale.

Në këtë punim seria kohore e studiuar i përket periudhës **1992-2016** dhe modelet e propozuara SARIMA dhe ETS ndryshojnë nga modelet e ndërtuara nga Kalluçi E., Gjika (Dhamo) E., (2015). Ky punim përfshin një periudhë kohore ku mënyra e përlllogaritjes së IÇK-së ka ndryshuar (Janar 2015-vazhdim) ndaj modelet e ndërtuara dallojnë nga ato të mëparshmet. Krahasimi i parashikimeve për modelet e ndërtuara në dy periudha të ndryshme nuk do të ishte i arsyeshëm.

Modeli më i përshtatshëm në këtë punim, bazuar në analizën paraprake të serisë, në testet numerike dhe grafike është $ARIMA(2,2,4)(2,0,0)[12]$. Simulimet e të dy modeleve për të përfutur parashikimet në të ardhmen janë të përafërta. Ndaj të dy modelet mund të shfrytëzohen për qëllime parashikimi.

Literatura

Box, G.E.P., and Jenkins, G., (1970) Time Series Analysis, Forecasting and Control, HoldenDay, San Francisco

Box, G.E.P., and Pierce, D.A., (1970) "Distribution of the Residual Autocorrelations in Autoregressive-Integrated Moving-Average Time Series Models", Journal of the American Statistical Association, 65, 1509-1526

Bédia F. Aka, P. Pieretti, (2008): Consumer Price Index Dynamics in a Small Open Economy: A Structural Time Series Model for Luxembourg, International Journal of Applied Economics, 5(1), March 2008, 1-13

Hyndman, R. J., A. B. Koehler, R. D. Snyder and S. Grose (2002) A state space framework for automatic forecasting using exponential smoothing methods, International Journal of Forecasting, 18(3), 439–454

Hydman R.J., Kostenko A.V. (2007): Minimum sample size requirements for seasonal forecasting models

Hyndman R. J., Athanasopoulos G., Song H., Wu D.C., (2008): The tourism forecasting Competition

Hyndman R.J., Khandakar Y. (2008): Automatic Time Series Forecasting: The forecast Package for R, Monash University, Journal of Statistical Software, Volume 27, Issue 3. (<http://www.jstatsoft.org>)

Hyndman R. J. (2004): The interaction between trend and seasonality. International Journal of Forecasting, 20, 561–563

Kalluci E, Gjika (Dhamo) E, (2015): Difference Equations and Time Series Analysis in Approximating the Index Prices (For Albania), Internacional Jurnal of Multidisciplinary Engineering Science and Technology, Vol,2 Issue 4, April-2015

Gjika (Dhamo) E., (2014): Teza e doktoratës: <http://www.fshn.edu.al/doktorata-dhe-publikime>

INSTAT (2013): <http://www.instat.gov.al>