

KURBA LOGJISTIKE E RRITJES SI NJË MODEL MATEMATIKOR PËR PARASHIKIMIN E SIPËRFAQES TË PERIMEVE NË SERA NË SHQIPËRI

*SHEHU V.

Universiteti i Tiranës, Fakulteti i Shkencave të Natyrës, Departamenti i Matematikës

e-mail: valentina.shehu@fshn.edu.al

Përmbledhje

Një parashikim i kujdesshëm ka rëndësi të madhe për ekonominë e një vëndi. Për këtë qëllim përdoren modele matematike që të përshkruajnë dhe të parashikojnë të ardhmen e bizneseve dhe rritjes ekonomike. Teknologjia e serave është një metodë inovative për prodhimin e perimeve dhe është një aktivitet me leverdi. Metodot bujqësore duhen me njohuri teknike, shitja duhet planifikuar para prodhimit dhe çdo fazë e procesit duhet organizuar sa më mire. Në këtë artikull do të përshkruajmë dhe zbatojmë ekuacionin matematik të rritjes logjistike si model parashikimi për të vlerësuar ecurinë e teknologjisë së serave dhe bërë parashikime për sipërfaqen e tyre. Rezultati i këtij studimi tregon që S-vija logjistike është një model matematik që karakterizon progresin e inovacioneve në bujqësi. Gjithashtu, ekuacioni logjistik mund të përdoret për të përshkruar dhe parashikuar sipërfaqet e serave në Shqipëri.

Abstract

Correct forecasting is of a great importance for the business and economy of the country. To comprehend the market and the economic system, mathematical models are used to describe and predict the future. The greenhouse technology is one of great innovation in agriculture. Agriculture methods must be combined with technical knowledge, marketing must be planned before harvest, and every phase of process should be well-managed. In this paper it is studied and applied the logistic growth model for forecasting the greenhouse area of vegetables. The results of this paper show that the logistic S-shaped curve is a mathematical model to characterize the progress of innovation in agriculture. Also, the logistic equation can be used to describe and predict the greenhouse area of vegetables in Albania.

Fjalëkyçe: kurba logjistike, model matematik, sipërfaqe e serave, parashikimi, bujqësia shqiptare.

Hyrje

Një parashikim i kujdesshëm është thelbësor dhe luan një rol të rëndësishëm në botën ekonomike. Të kuptosh ambjentin ekonomik, situatat që krijohen dhe të kuptosh efektet e mundëshme, është e nevojshme të gjesh një mënyrë që do të siguronte një parashikim ose një prezantim paraprak për atë që do të ndodhë. Parashikimet janë të nevojshme për të planifikuar, për marrjen e vendimeve, dhe

për të kuptuar dhe zbatimuar alternativat më të përshtatshme (Modis 2007, Walk 2011). Për këtë qëllim të dy mundësitë cilësore dhe sasiore mund të përdoren. Shumë ekonomiste si Malthus, Domar & Verhault kanë përdorur mjete matematike që të shpjegojnë kontributet e tyre në fushën e ekonomisë zakonisht si një model ose pohim formal matematik i një varëse midis dy apo tre ndryshoreve. Disa modele përfshijnë ekuacione diferenciale në paraqitjen e relacioneve midis ndryshoreve ekonomike që pësojnë ndryshim me kalimin e kohës. Një nga rezultatet më të rëndësishëm është derivimi i ekuacionit logjistik

$$P(t) = \frac{K P_0 e^{rt}}{K + P_0 (e^{rt} - 1)}$$

ku parametrat janë: K kapaciteti maksimal mbajtës, r shpejtësia maksimale e rritjes dhe P_0 vlera fillestare. Për arsye të formës së grafikut që ka formën e gërmës S, në literaturë e gjejmë edhe me termin kurba S. Modeli logjistik është përdorur në dinamikën e popullsisë por edhe për analizat ekonomike (Marcheti, 2006). Gjejmë shumë shembuj të zbatimit të modelit të rritjes për parashikime në fusha të ndryshme si biznes, turizëm, mjekësi, psikologji për shembull e ardhmja e burimeve energjetike, modelohet zhvillimi i zonave turistike, ecuria e prodhimit në bujqësi, përhapja e produkteve të reja në treg etj. Diagrama e bifurkacioneve shërben për të shpjeguar zhvillimet kaotike në ekonomi, nivelin e inflacionit dhe çmimet e mallrave, punësimin etj.

Bujqësia është një kolonë bazë për zhvillimin e ekonomisë shqiptare dhe eksperiencia e këtyre 25 vite të tregut të lirë ka treguar për një lidhje të ngushtë midis zhvillimit të bujqësisë dhe zhvillimit ekonomik. Situata momentale e bujqësisë është një përzierje midis arritjeve të mëdha dhe mundësive të humbura. Shqipëria aspiron të bëhet pjesë e Komunitetit Europian, dhe prodhimi bujqësor duhet të jetë konkures me vendet e tjera Europiane të cilët tashmë e kanë një bujqësi të përparuar. Një teknologji e zhvilluar dhe efektive mund të rrisë në mënyrë konstante prodhimin, fitimin, cilësinë dhe qëndrueshmërinë e prodhimit bujqësor.

Teknologjia e serave është një inovacion i rëndësishëm në bujqësi, duke e bërë prodhimin të pavarur nga kushtet e klimës, rrit kontrollin dhe cilësinë e prodhimit dhe bën një furnizim të garantuar për tërë stinët të tregut të brendshëm dhe të jashtëm me prodhime bujqësore. Serat janë një strukturë në të cilën kushtet klimaterike janë të përshtatura që të mund të rriten perime në çdo vend pavarësisht nga stina. Ato janë konstruksione më mure dhe çati të ndërtuara me xham ose me plastikë dhe krijojnë një mjedis të përshtatshëm për një rritje sa më optimale të bimëve. Ato përdoren për t'i mbrojtur bimët që mund të jenë zarzavate ose edhe për rritjen e varieteteve të shumta të luleve dekorative, nga klima armiqësore, insektet dhe sëmundjet (Food & Agriculture 2013).

Në këtë artikull, qëllimi është që duke përdorur modelin matematik logjistik të bëjmë një parashikim të sipërfaqes së serave për prodhimin e perimeve. Të dhënat janë marrë nga baza e të dhënave të Institutit të Statistikave (INSTAT).

Materiali dhe metodat

1. Rritja Malthusiane dhe logjistike

Modeli linear i rritjes së popullsisë (modeli Malthus) modeli eksponencial diskret:

$$x_{n+1} = r x_n$$

tregon që x ndryshon nga periudha e kohës n tek periudha e kohës $n+1$ me koeficient r . Nëse r është më e madhe se 1, x bëhet më i madh në iteracionin pasardhës, kurse në rastin kur r është më e vogël se 1, atëherë x zvogëlohet. Ligji Malthusian i rritjes është eksponencial në kohë dhe nuk përputhet me realitetin. Rritja në përgjithësi ndodh në kushtet e faktorëve frenues dhe kufizimit rrethor. Ekuacioni logjistik fillimisht është përdorur me qëllim që të përshkruajë një rritje të kufizuar nga kushtet e mbijetimit, burimet e kufizuara dhe konkurrenca.

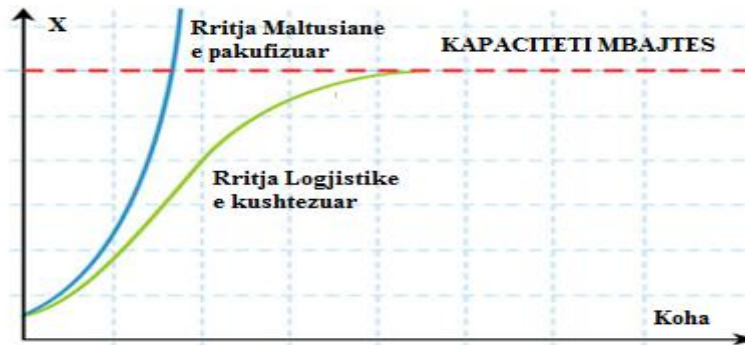


Figura 1. Rritja Malthusiane dhe rritja logjistike

Modeli logjistik mund të përshkruhet si një rritje e shpejtë eksponenciale në fillim, pika e infleksionit (shpejtësia maksimale e rritjes), me pas rritja zvogëlohet deri sa arrin në zero ose bëhet negative.

Modelimi logjistik eviton rritjen e pakufizuar, e cila zvogëlohet kur vlerat janë afër nivelit të maturimit. Në ekuacionin logjistik diskret:

$$x_n = r x_n (K - x_n)$$

termi $r x_n$ përfaqëson rritjen eksponenciale pa limit kurse termi shtesë $(K - x_n)$ përfaqëson faktorin frenues të ekuacionit që e bën rritjen të kufizuar nën vlerat e kufirit të maturimit K . Ky ekuacion mund të modifikohet që vlera maksimale të bëhet 1 duke pjestuar të dy anët me vlerën maksimale K dhe marrim trajtën e re të ekuacionit:

$$\frac{x_{n+1}}{K} = r \frac{x_n}{K} \left(1 - \frac{x_n}{K} \right)$$

Pasi shënojmë me $y_n = \frac{x_n}{K}$, do të marrim $y_{n+1} = r y_n (1 - y_n)$ dhe zakonisht përdoret $x_{n+1} = r x_n (1 - x_n)$. Në literaturë ky ekuacion konsiderohet si një ekuacion i thjeshtë me dinamikë të komplikuar, që varet nga vlerat e parametrut kontrollues r . Varësia e x_{n+1} nga x_n është jo lineare dhe paraqitet me vijën Gaussiane ose ndryshe kurbën në formë këmbane:

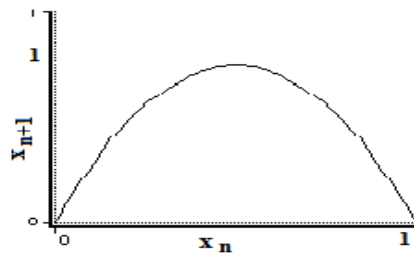


Figura 2. x_{n+1} në varësi të x_n

Ekuacioni logjistik i vazhdueshëm ka trajtën $\dot{x} = r x(1-x)$ dhe është relativisht më i thjeshtë për t'u studjuar në krahasim me trajtën diskrete që shoqërohet me fluktuatione në varësi të parametrut kontrollues r .

2. Zbatime të kurbës logjistike

Në fillim të viteve 1960, ekuacioni logjistik u përdor për parashikimet në lidhje me shpërndarjen e teknologjive të reja. Kuptimi i procesit të përhapjes së shpikjeve të reja teknologjike është një moment i rëndësishëm për përcaktimin se cili prej tyre ka dominancë në treg. Parashikimet që merren nga modele matematike të sakta ndihmojnë biznesin dhe institucionet qeveritare të bëjnë investime fitimprurëse, transferime të teknologjisë së re që ndikon në rritjen ekonomike dhe mirëqënien shoqërore dhe i jep mundësi operatorëve të ndryshëm socialë dhe ekonomikë që të zvogëlojnë rëniet teknologjike dhe ekonomike si inflacioni, papunesia, superprodhimi, etj.

Në këtë artikull ne do të trajtojmë përhapjen e teknologjisë së serave në bujqësinë shqiptare. Në përgjithësi vlen parimi i evolucionit: në fillim një rritje e ngadalshme, që pasohet nga një rritje e shpejtë që pas pikës së infleksionit fillon rënia e rritjes. Parimi i rritjes natyrore përshkruhet nga këto faza: lindja, rritja, maturimi, rënia dhe vdekja që vlen për çdo sistem. Kjo strukturë universale quhet cikli i jetës së një sistemi.

Në vitin 1903, Gabriel Tarde propozoi që shpërndarja dhe pranimi nga tregu i produkteve të reja ndjek trajektoren e vijës logjistike. Më saktë sasia e përhapjes ndjek vijën S dhe shpejtësia e përhapjes ndjek vijën Gaussiane.

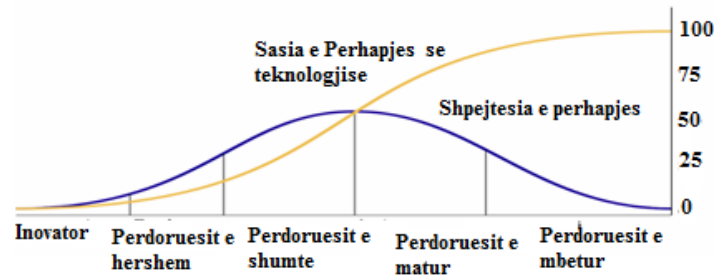


Figura 3. Përhapja e teknologjisë së re

Vija Gaussiane ose vija këmbanë modelon ndryshimin e shpejtësisë së përhapjes dhe vija S modelon sasinë e përhapjes. Ekuacioni i shpejtësisë quhet ekuacioni diferencial i Verhulst dhe është :

$$\frac{dP(t)}{dt} = rP(t) \left(1 - \frac{P(t)}{K} \right)$$

ku r është shpejtësia e rritjes Malthusiane dhe K është kapaciteti maksimal. Zgjidhja e ekuacionit është:

$$P(t) = \frac{K P_0 e^{rt}}{K + P_0 (e^{rt} - 1)}$$

Parametrat e zgjidhjes së veçantë merren nga të dhënat në intervale të barabarta kohe $\{(t_0, P_0), (t_1, P_1), (t_2, P_2)\}$ jepen nga ekuacionet:

$$r = \frac{1}{t_1} \ln \left| \frac{P_2(P_1 - P_0)}{P_0(P_2 - P_1)} \right| \quad \text{dhe} \quad K = \frac{P_1(P_0 P_1 + P_1 P_2 - 2P_0 P_2)}{P_1^2 - P_0 P_2} \quad \text{ku } t_1 \neq 0 \text{ dhe } P_0, P_1, P_2 \neq 0.$$

3. Të dhënat

Të dhënat rreth sipërfaqes e perimeve në sera në Shqipëri, për periudhën 1998-2012, janë marrë nga baza e të dhënave të Institutit të Statistikave. Sipërfaqja e perimeve në dy tipe serash me ngrohje (me xham dhe me plastikë) dhe diellore (me xham dhe me plastikë) janë marrë në analizë. Microsoft Excel Office është përdorur për të llogaritur vlerat e parametrave të modelit logjistik që bën një projeksion të të dhënave të marra.

Rezultatet dhe diskutimi

Teknologjia e serave është një nga inovacionet më të mëdha në bujqësinë bashkëkohore që vazhdon të zhvillohet e përmirësohet vazhdimisht siç do ta konstatojmë nga të dhënat. Të dhënat e tabelës 1 japin sipërfaqen e serave sipas 4 llojeve të ndryshëm.

Tabela 1. Sipërfaqja e perimeve në sera sipas tipeve të serave

Year	Sera me ngrohje			Sera diellore			Totali
	Me xhama	Me plastik	Totali	Me xhama	Me plastik	Totali	
1998	30	0	30	98	181	279	309
1999	17	4	21	112	283	395	416
2000	15	2	17	114	331	445	462
2001	13	0	13	85	339	424	437
2002	12	1	13	70	426	496	509
2003	14	5	19	88	445	533	552
2004	18	10	28	79	553	632	660
2005	11	24	35	81	534	615	650
2006	19	29	48	65	562	627	675
2007	15	47	62	75	546	621	683
2008	18	57	75	65	564	629	704
2009	14	40	54	61	595	656	710
2010	16	41	57	80	691	771	828
2011	14	54	68	78	734	812	880
2012	14	26	40	69	831	900	940

Nga tabela konstatojmë që sipërfaqja e serave me ngrohje me plastik ka një trend rritje si rrjedhim i materialeve inovatore që kanë filluar të përdoren për ndërtimin e tyre. Teknologjia e serave me ngrohje me xham duke qënë një formë më e vjetër dhe më e kushtueshme për ndërtimin e serave tashmë ka arritur pikën e maturimit dhe sipërfaqja e tyre është e pandryshueshme trendi i rritjes është afër zeros dhe nuk ka interes të studjohen parametrat logjistik të modelit për parashikim. Këto tendenca pasqyrohen më qartë në grafikun e mëposhtëm.

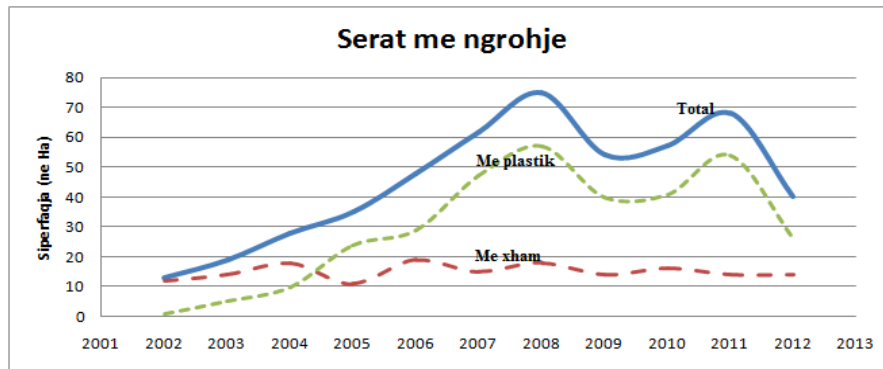


Figura 4. Paraqitja grafike e sipërfaqes e dy tipeve të serave me ngrohje dhe në total

Në figurën 4 konstatojmë një rritje të sipërfaqes deri në vitin 2008 që pasohet me ulje e ngritje në vitet më pas. Duke vërejtur kurbën logjistike që i përket serisë kohore të të dhënave për sipërfaqen e serave me ngrohje në vitet 1998-2012, konstatojmë që procesi është maturuar e ka arritur vlerën e kapacitetit maksimal si rezultat dhe në vijim nuk ndjek më kurbën logjistike por shoqërohet me luhatje kaotike.

Do të vazhdojmë me shqyrtimin e procesit e evoluimit të sipërfaqes së serave me ngrohje diellore për të përcaktuar trendin dominues.

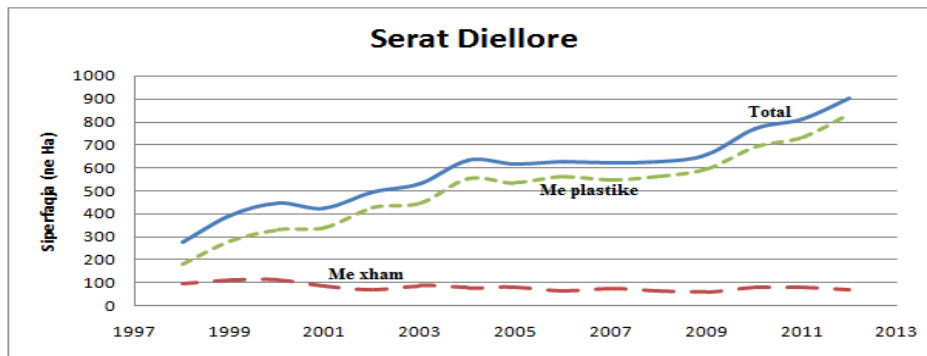


Figura 5. Ilustrimi grafik i serive kohore të sipërfaqes së serave diellore

Vihet re lehtë që teknologjia e serave diellore me xham nuk shoqërohet me dukurinë e rritjes por është me rritje afër 0 ose zvogëlim. Përkundrazi të dhënat për sipërfaqjen e serave diellore plastike tregojnë një rritje të vazhdueshme e shoqëruar me ndonjë lëkundje të papërfillshme.

Serat diellore vijojnë të rriten në periudhën kohore që kemi në shqyrtim duke ndjekur trajektoren e funksionit logjistik, kurse serat me ngrohje qëndrojnë në

nivele të ulta duke mos ndjekur trajektoren logjistike. siç duket dhe në grafikun në vijim.

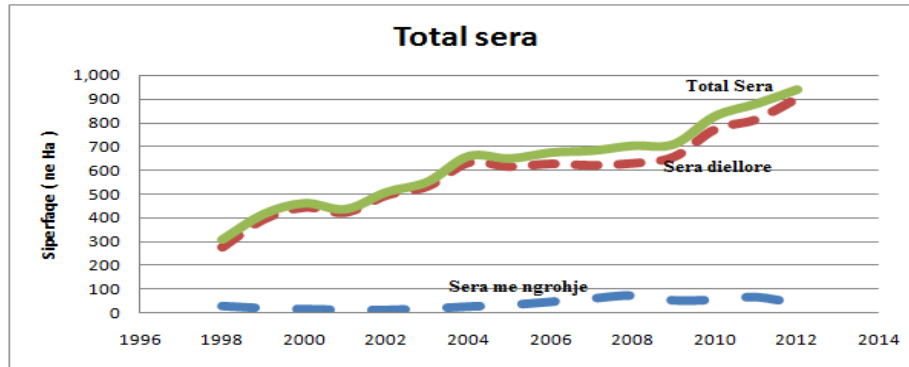


Figura 6. Ilustrimi grafik për serinë kohore të serat me ngrohje, diellore dhe totali

Që të zbatojmë modelin logjistik për qëllim parashikimi duhet të përcaktojmë procesin e rritjes d.m.th. të përcaktojmë parametrat K , kapacitetin maksimal dhe r shpejtësinë e rritjes së brëndëshme. Do t'i përcaktojmë vlerat e r dhe K duke marrë një interval kohe prej 7 vitesh dhe tre momentet kohore janë, $t_0 = 0$ (viti 1998), $t_1 = 7$ (viti = 2005) dhe $t_2 = 14$ (viti 2012). Tabela 2 paraqet sipërfaqen e serave të matura në periudhën e kohës 1998 – 2012 dhe vlerat e parashikuara të llogaritura nga funksioni logjistik. Për intervalin e kohës 7 vjet, për sipërfaqen e serave diellore, vlerat e parametrave janë $r = 0.19$ dhe $K = 1.078$.

Tabela 2. Vlerat e matura dhe vlerat e parashikuara nga funksioni logjistik për serat diellore

Viti	Aktuale	Logjistike	Viti	Logjistike
1998	279	279	2013	927
1999	395	320	2014	950
2000	445	365	2015	970
2001	424	412	2016	987
2002	496	462	2017	1,002
2003	533	513	2018	1,014
2004	632	564	2019	1,025
2005	615	615	2020	1,034
2006	627	665	2021	1,041
2007	621	712	2022	1,047

2008	629	757	2023	1,053
2009	656	798	2024	1,057
2010	771	836	2025	1,061
2011	812	870	2026	1,064
2012	900	900	2027	1,066

Rezultatet që merren nga modeli logjistik parashikues tregojnë që kapaciteti maksimal për serat diellore prej 1078 ha pritet të arrihet rreth vitit 2035 dhe sipërfaqja e serave diellore në vitin 2012 ishte 83.5 % e kapacitetit maksimal të vlerësuar.

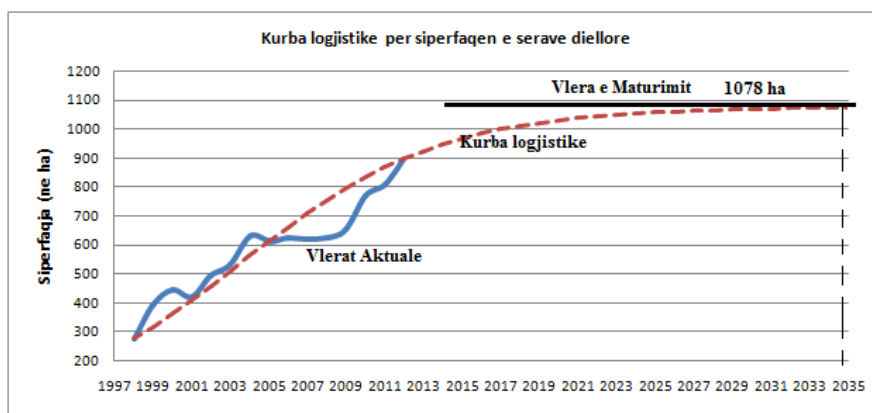


Figura 7. Ilustrimi grafik i kurbës logjistike për serat diellore

Në figurë duket qartë një përafrim mjaft i mirë i vlerave të funksionit logjistik me vlera aktuale po tashmë kurba logjistike e ka kaluar pikën e infleksionit dhe shpejtësia e rritjes është më e vogël. Megjithatë përmirësimi i cilësisë së materialit dhe teknologjisë bujqësore të përdorur për prodhimin e perimeve në sera kjo rritje mund të marrë një puls të ri duke u mbivendosur edhe një tjetër kurbë logjistike që do të rrisë shpejtësinë dhe kapacitetin maksimal dhe si rezultat do të ketë një përfitim më të madh nga bujqit dhe furnizim më të mirë të tregut me perime të garantuara.

Përfundime

Funksioni logjistik mund të përdoret si një model i mirë parashikimi. Siç u vërejt në rastin e serave diellore, niveli i përafrimit të modelit me të dhënat reale është mjaft i mirë, d.m.th janë shumë afër me të dhënat aktuale. Faktorë me ndikim të

rëndësishëm në rezultatet e parashikimit janë edhe saktësia e matjeve të bëra dhe intervali kohor që merret.

Objekti i punimit është përmirësimi i rezultatit të parashikimit për të ardhmen e teknologjisë së serave. Mund të themi që serat diellore kanë një trend rritje dhe një prespektivë të sigurtë. Përmirësimi i materialit plastik dhe klima e përshtatshme mesdhetare bën të mundur që serat diellore me plasmas të luajnë një rol të rëndësishëm për prodhimin e perimeve. Ato janë konkurrese me kërkesat e tregut, prodhimi i tyre është i besueshëm për cilësinë e tij dhe është i shtrirë për tërë vitin. Serat me plastikë janë një mundësi e re për garantimin e tregut të brëndshëm dhe për rregullimin e balancimin e tregëtisë së jashtme. Por modeli matematik logjistik tregon që serat diellore janë një investim më fitimprurës se ato me ngrohje. Rezultatet që merren nga modeli logjistik parashikues tregojnë që: kapaciteti maksimal për serat diellore është 1078 ha dhe pritet të arrihet rreth vitit 2035, vlera e rritjes së brëndëshme e llogaritur është $r = 0.19$, dhe sipërfaqja e serave diellore në vitin 2012 ishte 83.5 % e kapacitetit maksimal të vlerësuar.

Literatura

Kooi B. W., Boer M. P., Kooijman. S. A. L. M.(1998): On the use of the logistic equation in models of food chains. *Bulletin of Mathematical Biology*, 60(2); 231-246

Kusharavy D., De Guio R.(2011): Application of S-shaped Curves. *Procedia Engineering*, 9, 559–572

Ramos R. A. (2013): Logistic function as a forecasting Model: It's applications to business and economics. *International Journal of Engineering and Applied Sciences*, Vol. 2, No.3, ISSN 2305-8269

Thompson S. (2011): Computing Fixed Points and Cycles for the Discrete Logistic Equation. Department of Mathematics & Statistics, Radford University,

Modis T. (2007): Strength and weaknesses of S-curves, *Technological Forecasting & Social Change* 74 (866-872)

Walk S.R. (2011): Improving Technological Literacy Criteria Development through Quantitative Technology forecasting. ASW Annual Conference and Exposition, Vancouver Canada

Marchetti C. (1996): Human Population Dynamics Revisted with the logistic Model : How much can be modeled and predicted? *Technological Forecasting & Social Change*. Vol.52, 1-30

Kwasnicki W.(2013): Logistic growth of the global economy and competitiveness of nations.,Institute of Economic Sciences, University of Wroclaw,Poland.Technological Forecasting & Social Change 80 50-76,(working version of the paper here)