

REZULTATE PARAPRAKE TË MATJES SË THYERJES SË SIMETRISË HIPERKUBIKE PËR FERMIONET ME DUBLIM MINIMAL

*ZEQIRLLARI R., BORIÇI A.

Universiteti i Tiranës, Fakulteti i Shkencave të Natyrës, Departamenti i Fizikës

e-mail: rudina.zeqirllari@fshn.edu.al

Përmbledhje

Fermionet me dublim minimal janë propozuar si një diskretizim i saktë i veprimit fermionik të Kromodinamikës Kuantike (QCD), që ruajnë simetrinë kirale në prerje të fundme. Problemi që këto fermione paraqitin për simulimet në rrjetë është thyerja e simetrisë hiperkubike të operatorit rrjetor. Në këtë punim ne paraqitim rezultate paraprake të matjes së masës së thyerjes të kësaj simetrie për fermionet me dublim minimal (Boriçi – Creutz). Simulimet dhe llogaritjet për masat e π – mezoneve të ngarkuar janë kryer në klusterin BG HPC (Bullgari) në rrjetë 16^4 , për një numër total prej 100 konfiguracionesh kalibruese.

Abstract

Minimally doubled fermions have been proposed as a strictly local discretization of the QCD fermions action, which also preserves chiral symmetry at finite cut-off. The problem that this kind of fermions introduce to the lattice simulations is the hypercubic symmetry breaking effect of the lattice operator. In this work, we present preliminary results of the quantitative mass of the hypercubic breaking effect for the minimally doubled fermions Boriçi – Creutz. Simulations and computations for the charged π – mesons are made on BG HPC cluster with the plaquette gauge action on a 16^4 for a total number of 100 gauge configurations.

Fjalëkyçe: Simulim, fermione kirale, dublim minimal, simetri hiperkubike, masë thyerje.

Hyrje

Kromodinamika kuantike rrjetore është një përafrim jo – perturbativ i teorisë së bashkëveprimeve të forta (QCD) në energji të ulta. Ajo është një teori kalibruese rrjetore e formuluar në terma të kuarkeve dhe gluoneve, e propozuar nga Kenneth Wilson në vitin 1974. Formulimi prej tij i kromodinamikës në rrjetë është në gjendje të shpjegojë thyerjen spontane të simetrisë kirale dhe llogaritjen e spektrit të hadroneve me saktësi tashmë të rendit një përqind (Wilson, 1974). Gjithsesi, kjo teori elegante e ka një çmim: në kufirin e vazhduar shfaqet dukuria e quajtur *dublimi i fermioneve*.

Përpjekjet për të ndërtuar një teori fermionike rrjetore pa dublantë dhe me simetri kirale janë dekurajuar nga teorema Nielsen-Ninomiya (Nielsen, Ninomiya, 1981).

Kjo teoremë pohon se është e pamundur të formulohet në rrejtë një teori fermionike që gëzon njëkohësisht vetitë e mëposhtme:

- (i) simetrinë kirale
- (ii) lokalitetin
- (iii) mungesën e dublantit
- (iv) simetrinë kubike

Disa nga mënyrat e anashkalimit të kësaj teoreme janë formulimet e mëposhtme të fermioneve rrejtore:

- 1 - Fermionet e Wilson-it (Thyejnë simetrinë kirale) (Wilson, 1974).
- 2 - Fermionet e mureve domenore ose të mbulimit (Kanë kosto të lartë llogaritëse) (Neuberger, 1999)
- 3 - Fermionet lëkundëse (Shfaqin 4 aroma) (Kogut, Susskind, 1975).
- 4 - Fermionet me dublim minimal (Wilczek, 1987; Creutz, 2008; Boriçi, 2008).

Fermionet me dublim minimal ruajnë ekzaktësisht simetrinë kirale për një dublet kuarkesh, numrin minimal të dublimit të lejuara nga teorema

Nielsen – Ninomiya. Në të njëjtën kohë ato janë ultra lokalë, çka siguron një kosto shumë më të ulët llogaritëse për simulime sesa fermionet e tipit Ginsparg – Wilson. Dy ndër realizimet e fermioneve me dublim minimal janë fermionet Karsten - Wilczek (Wilczek , 1987) dhe ato Boriçi – Creutz (Creutz, 2008; Boriçi, 2008).

Operatori i Dirac – ut për fermionet Boriçi – Creutz në hapësirën e impulseve jepet si më poshtë:

$$D(p) = \sum_{\mu} i\gamma_{\mu} \sin p_{\mu} + \sum_{\mu} i\gamma'_{\mu} (\cos p_{\mu} - 1) \quad (1)$$

Ky operator ka dy zero: $p_1 = (0, 0, 0, 0)$ dhe $p_2 = (\pi/2, \pi/2, \pi/2, \pi/2)$.

Zerot e këtij veprimi, që i korrespondojnë dy aromave fizike, përzgjedhin një drejtim të preferuar në hapësirë – kohën euklidiane, i përcaktuar nga vija që i lidh ato. Për rastin e veprimit në fjalë ky drejtim është diagonalja e hiperkubit. Rrjedhimisht kuptohet që simetria hiperkubike thyhet (Boriçi, 2008; Capitani S. *et al* , 2010). Ndikimi i thyerjes së kësaj simetrie në masat e pi – mezonit neutral dhe rho – mezonit është evidentuar në një punim më të hershëm tonin (Zeqirllari *et al*, 2011).

Në këtë punim paraqitim disa rezultate paraprake të matjes së masës të thyerjes së simetrisë hiperkubike.

Materiali dhe metodat

Për matjen e masës së thyerjes së simetrisë hiperkubike, llogariten masat e pi – mezoneve të ngarkuar π^+ dhe π^- (masat eksperimentale të të cilave janë 139.6

MeV) dhe ndryshimi mes masave të këtyre dy të fundit përbën dhe masën e thyerjes së kësaj simetrie. Simulimet dhe llogaritjet janë kryer në klasterin BG HPC (superkompjuter në Sofie/Bullgari), duke përdorur paketën e librarive C++ FermiQCD, ku janë implementuar veprimi Boriçi – Creutz dhe operatorët interpolues të disa prej hadroneve të lehtë (Zeqirllari, 2012). Simulimet janë kryer në përafrimin me fermione të ngrira, për veprim kalibrues Wilson – i, veprim fermionik Boriçi – Creutz dhe pesë masa të ndryshme kuarkesh të zhveshura.

Kështu kemi gjeneruar 100 konfiguracione të fushave kalibruese me anë të funksionit të veprimit të Wilson-it:

$$S_g[U] = -\beta \sum_{\mu\nu i} \frac{1}{3} \text{Re Tr} U_{\mu,i} U_{\nu,i+\mu} U_{\mu,i+\nu}^{-1} U_{\nu,i}^{-1} \quad (2)$$

për $\beta = 6$, në një rrjetë me përmasa 16^4 . Vlera e konstantes së rrjetës korresponduese është marrë sipas referencës (Xhako *et al*, 2013). Përhapësit e kuarkeve, ose funksionet e Green-it të operatorit të Dirac-ut, përcaktohen me anë të barazimit:

$$\sum_{i',\alpha',a'} D_{\alpha\alpha',i'i'}^{aa'}[U] S_{\alpha',\beta,i'j}^{a'b}[U] = \delta_{ij} \delta_{\alpha\beta} \delta^{ab} \quad (3)$$

ku $\alpha\beta$ janë indekset spinore ose të Dirac-ut dhe ab janë ato të ngjyrës. Përhapësit e kuarkeve për 100 konfiguracione kalibruese janë llogaritur duke përdorur algoritimin e invertimit BICGstab (Boriçi, 1996). Më pas gjenden përhapësit e hadroneve, si kombinim i përhapësve të kuarkeve dhe me anë të tyre llogariten masat e pi – mezoneve të ngarkuar. Llogaritja e masave të hadroneve bëhet duke përkufizuar operatorët interpolues të tyre. Përhapësit e hadroneve nuk janë gjë tjetër veçse funksionet e korrelimit të operatorëve interpolues të tyre: $S_{ij} = \langle O_i O_j \rangle$, ku i, j janë nyje të rrjetës. Operatorët që krijojnë pi – mezonet e ngarkuar janë si më poshte:

$$\begin{aligned} O_{\pi^+} &= \overline{d(x)} \gamma_5 u(x) \\ O_{\pi^-} &= \overline{u(x)} \gamma_5 d(x) \end{aligned} \quad (4)$$

Për shprehjen e secilës prej aromave të mësipërme është përdorur metoda e ndarjes pikësore të aromave (Creutz, 2010).

Për rrjeta me kushte kufitare periodike, përhapësit e mezoneve mund të modelohen në formën:

$$S_{t,t_0} \square \frac{1}{2} c_1 \cosh am_1(t-t_0-L/2) + \frac{1}{2} c_2 \cosh am_2(t-t_0-L/2) \quad (5)$$

ku L është madhësia lineare e rrjetës sipas drejtimit kohor (ose të katërt), m_1 është masa e gjendjes themelore dhe m_2 është masa e gjendjes së parë të ngacmuar.

Kujtojmë (Boriçi, 1996) se për llogaritjen e përhapësve të kuarkeve mund të përdorim një burim pikësor në $t_0 = (0, 0, 0, 1)$. Masat efektive të mezoneve përcaktohen duke zgjidhur barazimin jo-linear të mëposhtëm në lidhje me am .

$$\frac{S_{t+1,1}}{S_t} = \frac{\cosh am(t - L/2)}{\cosh am(t - 1 - L/2)}, t = 1, \dots, L \quad (6)$$

Gabimet në përcaktimin e masës janë vlerësuar me anën të metodës jo-parametrike Jackknife (Quenouille, 1949; Tukey, 1958).

Rezultatet dhe diskutime

Pasi llogaritim sipas formulës (6) masat efektive të π^+ dhe π^- përkatësisht për cdo masë të zhveshur kuarku 0.02, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, i paraqesim ato në grafikët e mëposhtëm (fig 1 dhe fig 2).

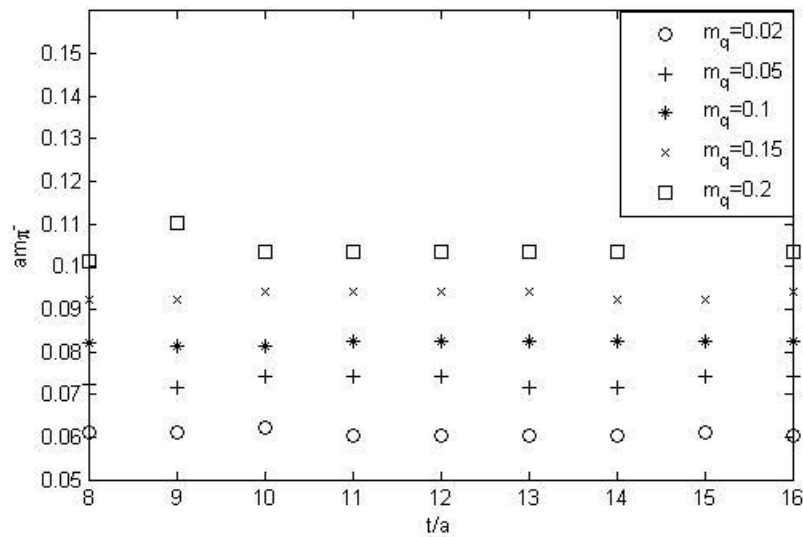


Figura 1. Masa efektive e π^- mezonit për masa kuarkesh të ndryshme në varësi të kohës

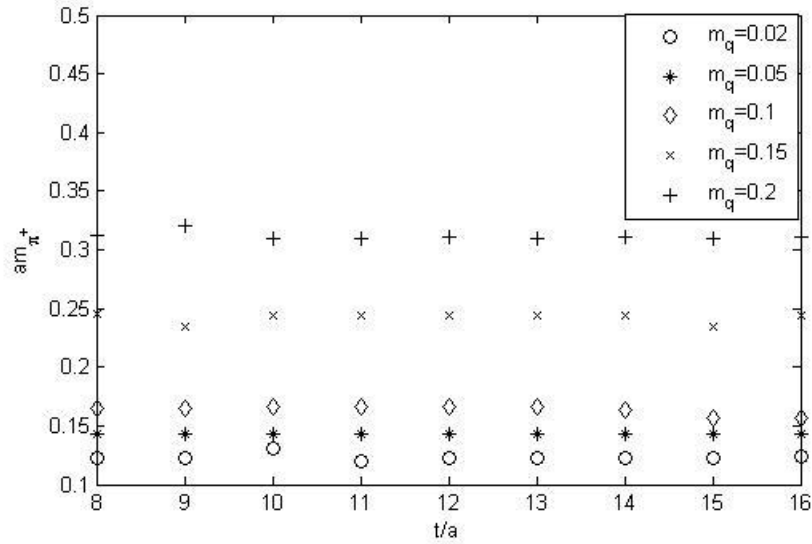


Figura 2. Masa efektive e π^+ - mezonit për masa kuarkesh të ndryshme në varësi të kohës

Vihet re se për secilin nga pi – mezonet e ngarkuar, për çdo masë kuarku arrihet një “plato” për kohë të gjata (është marrë gjysma e fundit e $t = 16$). Nga secila plato merret një masë efektive e mezonit në fjalë si përfaqësuesja më e mirë dhe ndërtohen grafikët e varësisë së masës efektive nga masa e zhveshur e kuarkut.

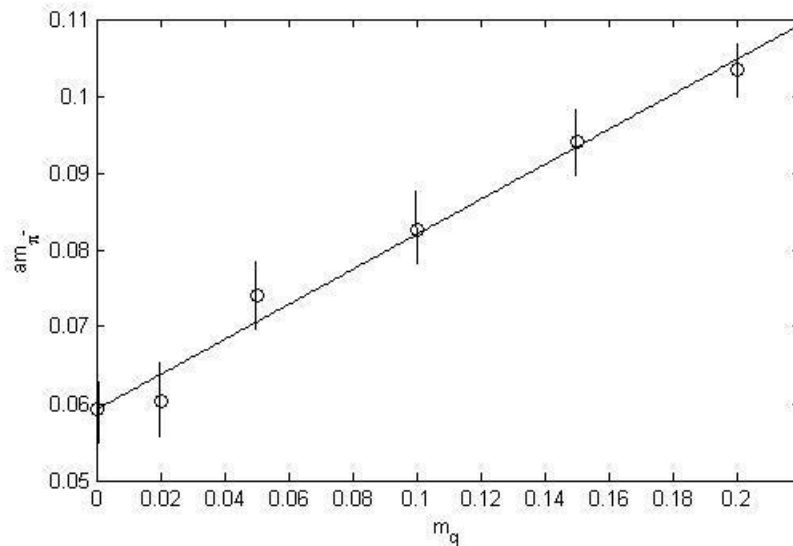


Figura. 3. Varësia e masës efektive të π^- mezonit nga masa e zhveshur e kuarkeve dhe ekstrapolimi në limitin kiral ($m_q \rightarrow 0$)

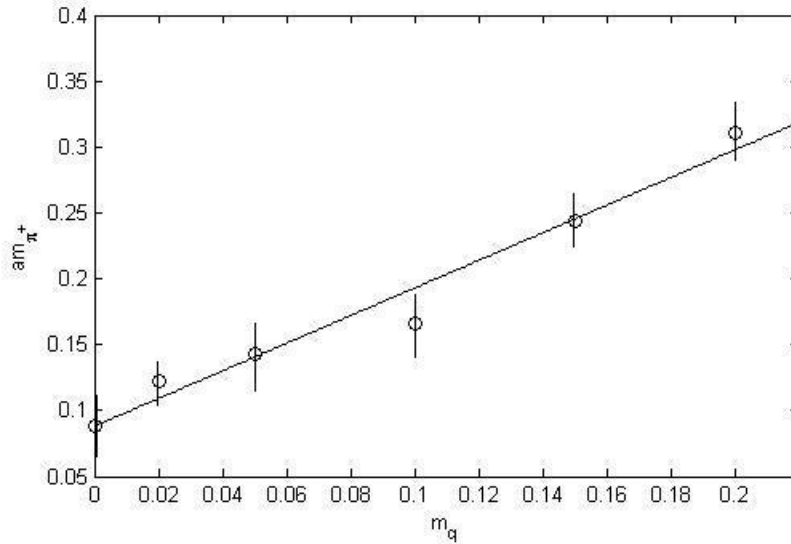


Figura. 4. Varësia e masës efektive të π^+ mezonit nga masa e zhveshur e kuarkeve dhe ekstrapolimi në limitin kiral ($m_q \rightarrow 0$)

Për të gjetur masën efektive të çdonjërit nga pi-mezonet e ngarkuar për rrjetën 16^4 , ekstrapolojmë në limitin kiral (pra kur masa e zhveshur e kuarkut është ekzaktësisht zero). Rezultatet e marra, përmbledhen shkurtimisht në tabelën e mëposhtme:

Mezoni	Rrjeta	$\beta = 6$	$a(\text{fm})$	$a^{-1}(\text{MeV})$	am_{eff}	m (MeV)
π^-	L=16	$\beta = 6$	0.1	2000	0.05675 ± 0.02	113.5 ± 40
π^+	L=16	$\beta = 6$	0.1	2000	0.08815 ± 0.02	176.3 ± 40

Tabela 1. Tabelë përmbledhëse e rezultateve. Për rrjetën 16^4 dhe konstante rrjetore $a = 0.1$ fm, paraqiten masat efektive dhe masat fizike të llogaritura. Për kalimin nga masë efektive në masë fizike kihet marasysht që $m = am_{\text{eff}} * a^{-1}$

Siç vihet re dhe nga tabela masat e pi mezoneve të ngarkuara ndryshojnë nga njëra tjetra dhe janë të ndryshme nga vlera eksperimentale e tyre e cila është 139.6 MeV. (vlerat e llogaritura për secilin prej pi mezoneve janë rreth 1σ larg eksperimentit dhe të pranueshme brenda gabimit statistikor dhe efektit të rrjetës së fundme të bërë në vlerësim). Pikërisht ky ndryshim i atribuohet thyerjes së

simetrisë hiperkubike dhe diferenca mes masave të tyre përbën dhe masën e thyerjes së simetrisë hipërkubike. Pra masa e thyerjes së simetrisë hiperkubike është rreth 60 MeV, vlerë kjo e ndikuar dhe nga rrjeta e vogël që fut një gabim të vetin në vlerësim. Rrjeta më të mëdha dhe një numër më i madh konfiguracionesh kalibruese do të na jepnin një vlerësim më të mirë të kësaj mase thyerjeje duke qënë se do të ulnin ndjeshëm dhe gabimin në vlerësim.

Përfundime

Fermionet me dublim minimal Boriçi – Creutz paraqesin një alternativë për simulimet në Kromodinamikën Kuantike Rrjetore, duke qënë se ruajnë simetrinë kirale, shumë të rëndësishme në bashkëveprimet e forta dhe kanë kosto të ulët llogaritëse. Gjithsesi efekti i thyerjes së simetrisë hiperkubike që ato paraqesin ndihet edhe në llogaritjet e masave të hadroneve të lehtë. Masa e thyerjes së kësaj simetrie, në një vlerësim paraprak është rreth 60 MeV, vlerë kjo që mund të zvogëlohet ndjeshëm nëse simulimet do të kryheshin në një rrjetë më të madhe dhe për një numër konfiguracionesh kalibruese më të madh. Sidoqoftë, simetria hiperkubike duhet rivendosur duke shtuar kufiza të tjera në veprimin tonë. Një studim i tillë është bërë prej autorëve të referencës (Capitani *et al*, 2010; Weber *et al*, 2013). Mbetet që ky veprim i korigjuar të testohet dhe të implementohet në rrjeta më të mëdha, çka është dhe puna jonë në vazhdim.

Falënderime

Ky punim është kryer duke përdorur të dhëna dhe simulime të realizuara nga High – Performance Computing Infrastructure for South East Europe’s Research Communities (HP-SEE), një projekt i bashkëfinancuar nga Komisioni Europian nëpërmjet FP7. HP-SEE përfshin dhe adreson nevoja specifike të një numri të madh disiplinash shkencore ndërkombëtare dhe stimulon përdorimin dhe zgjerimin e infrastrukturës HPC dhe shërbimeve të saj.

Literatura

Bedaque P. F, Buchhoff M. I, Tiburzi B. C (2008): Broken Symmetries from Minimally Doubled Fermions, Phys. Lett. B662:449 – 455

Boriçi A (1996): Krylov subspace methods in lattice QCD, PhD thesis, ETH - Zurich

Boriçi A (2008): Minimally Doubled Fermion Revival, PoS LATTICE2008:231

Boriçi A (2008) Phys. Rev. D78 074504, arXiv:0712.4401

Capitani S, Creutz M, Weber J, Wittig H (2010): Renormalization of minimally doubled fermions, [arXiv:1006.2009v1](https://arxiv.org/abs/1006.2009v1) [hep-lat]

Creutz M (2008): Four-dimensional graphene and chiral fermions, JHEP 0804, 017

Creutz M (2010): Minimal doubling and point splitting,

<http://xxx.lanl.gov/abs/1009.3154>

Kogut J. Susskind L (1975): Hamiltonian formulation of Wilson's lattice gauge theories", Phys. Rev. D 11: 395

Nielsen H. B, Ninomiya M (1981) Nucl.Phys.B185:20

Neuberger H (1999): Minimizing storage in implementations of the overlap lattice-Dirac operator, Int.J. Mod.Phys. C10, 1051-1058

Quenouille, M. H (1949): Problems in Plane Sampling, The Annals of Mathematical Statistics 20 (3): 355–375

Tukey, J. W (1958): Bias and confidence in not quite large samples, The Annals of Mathematical Statistics

Zeqirllari R, Buzi I, Boriçi A (2011): Hypercubic Symmetry Breaking Effects On Pi And Rho Meson masses from simulations with Minimally Doubled Actions, AKTET, Volume 4, Issue 3, 392 – 396

Zeqirllari R. (2012): Llogaritja e spektrit të hadroneve me anë të FermiQCD, Master Thesis

Wiczek F (1987) Phys. Rev. Lett. 59, 2397

Wilson K. G (1974) Phys.Rev.D10:2445-245

Weber J, Capitani S, Wittig H (2013): Numerical studies of Minimally Doubled Fermions, [arXiv:1312.0488](https://arxiv.org/abs/1312.0488) [hep-lat]

Khako D, Zeqirllari R, Boriçi A (2013): Potenciali kuark- antikuark nga laqet e Wilsonit në QCD rrjetore, Buletini i Shkencave Natyrore, nr 15, 90 – 98